

שאלון 571 - עבודת קיץ לעולים לכיתה יא'

את עבודת הקיץ יש לסיים עד תחילת שנת הלימודים הבאה.

בשבוע הראשון יתקיים מבחן ברמת עבודת הקיץ.

הערות:

- בפרק א', שאלה 5, סעיף ד' – נועד רק מי שלמד את הטרנספורמציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$



פרק א': חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

1. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{-6x}{x^2-6x+9}$.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - (1) מצא לאילו ערכי m אין פתרון למשוואה $f(x) = m$.
 - (2) כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = m$ אם $\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$?

2. $f(x)$ היא פונקציה שהנגזרת שלה היא הפונקציה $f'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f'(x)$.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f'(x)$.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f'(x)$.
 - מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה $f'(x)$.
 - מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f'(x)$.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f'(x)$.
 - ידוע שתחום ההגדרה של $f(x)$ הוא כמו תחום ההגדרה של $f'(x)$.
 - (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 - (2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

$$f(x) = \frac{5x - x^2}{x^2 - 6x + 5}$$

3.

- נתונה הפונקציה
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים והסבר מדוע יש רק אסימפטוטה אחת המקבילה לציר ה- y .
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה).
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$. עבור אילו ערכי k יהיה לישר $y = k$ שתי נקודות חיתוך עם $g(x)$?

$$f(x) = \frac{(x+a)^2}{x^2+3}$$

4.

- יש נקודת קיצון ב- $x = -\frac{1}{2}$.
- מצא את שני הערכים האפשריים של a .
 - עבור ה- a השלילי שמצאת ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצא את האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = -f(x)$. מצא על סמך החקירה של $f(x)$ (בסעיף ב') את נקודות הקיצון של $g(x)$, את תחומי העלייה והירידה של $g(x)$ ואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x .

5. נתונה הפונקציה $y = \frac{ax^2 - 6x + 1}{(x-1)^2}$. שיעור ה- x של נקודת החיתוך של הפונקציה עם

האסימפטוטה שלה המקבילה לציר ה- x הוא 1.5.

א. מצא את a .

ב. מצא לגבי הפונקציה את נקודת הקיצון, את האסימפטוטות המקבילות לצירים ושרטט את הגרף שלה.

ג. מצא כמה נקודות חיתוך יש לישר $y = k$ ולגרף הפונקציה אם:

(1) $k = 4$ (2) $k > 5$.

ד. נתונה הפונקציה $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

(1) מה תחום ההגדרה של $g(x)$?

(2) שרטטו את $g(x)$.

6. לפונקציה $f(x) = \frac{ax^2 + 4x - 18}{x^2 - b}$ יש אסימפטוטה $y = 2$ ואסימפטוטה $x = -2$.

א. מצא את a ו- b .

ב. מצא את תחום ההגדרה ואת נקודות החיתוך עם הצירים.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.

ד. מצא את תחומי העלייה הירידה.

ה. שרטט את גרף הפונקציה.

ו. x_1 הוא מספר בתחום $-2 < x < 2$ ו- x_2 הוא מספר בתחום $x > 2$.

נתון: $f(x_1) - f(x_2) = c$. באיזה תחום נמצא c ? נמק.

7. הישר $x = 3$ הוא אסימפטוטה לפונקציה $f(x) = \frac{x+a}{bx-x^2}$. לפונקציה נקודת קיצון ב- $x = 1$.

א. מצא את a ו- b ואת נקודת הקיצון.

ב. מצא אסימפטוטות נוספות המאונכות לצירים ונקודת קיצון נוספת.

ג. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים ואת תחומי העלייה הירידה.

ד. שרטט את גרף הפונקציה.

ה. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת $g(x) = (f(x))^2$. מצא עפ"י החקירה של $f(x)$

את הנקודות בהן הנגזרת של $g(x)$ מתאפסת.

8.

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2-4x+4}{x-3}$

א. ענו על הסעיפים הבאים עבור הפונקציה $f(x)$.

- (1) מצאו את תחום ההגדרה.
- (2) מצאו את האסימפטוטה האנכית.
- (3) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (4) מצאו את נקודות הקיצון, וסווגו אותן.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$ שתחום ההגדרה שלה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה

$$f(x) \text{ ומתקיים } g'(x) = f(x) + \frac{1}{2}$$

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.

9.

נתונה הפונקציה $y = \frac{a^2-x^2}{(x^2+a^2)^2}, a > 0$

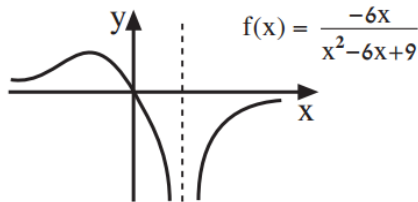
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

10.

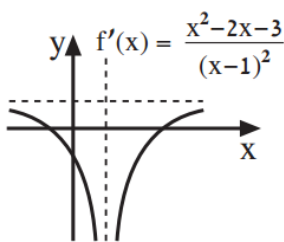
נתונה הפונקציה $y = \frac{x-2}{x^2-a^2}, a > 2$

- א. הבע באמצעות a , במידת הצורך, ומצא: תחום הגדרה, אסימפטוטות המקבילות לצירים, נקודות חיתוך עם הצירים ותחומי עלייה וירידה.
- ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

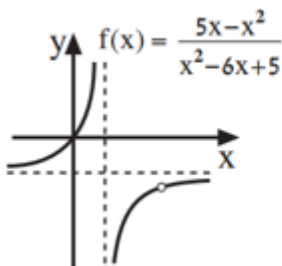
פרק א': חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי-תשובות:



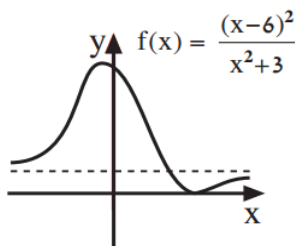
1. א. $x \neq 3$. ב. $(-3, \frac{1}{2})$ מקסימום.
ג. עולה: $x < -3$ או $x > 3$, יורדת:
 $-3 < x < 3$. ד. $(0,0)$. ה. $x = 3$,
 $y = 0$. ז. (1) $m > \frac{1}{2}$ (2) שניים.



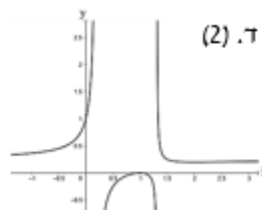
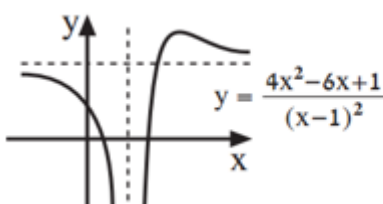
2. א. $x \neq 1$. ב. אין. ג. עולה: $x > 1$,
יורדת: $x < 1$. ד. $(-1,0)$, $(3,0)$, $(0,-3)$.
ה. $x = 1$, $y = 1$. ז. (1) $x = 3$ מינימום,
 $x = -1$ מקסימום. (2) עולה: $x > 3$ או
 $x < -1$, יורדת: $1 < x < 3$ או $-1 < x < 1$.



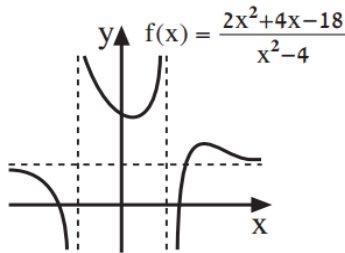
3. א. $x \neq 1$, $x \neq 5$. ב. $x = 1$.
 $y = -1$. ג. $(0,0)$. ד. אין.
ה. עולה: $x < 1$ או $1 < x < 5$
או $x > 5$. ז. $0 < k < 1$ או $1 < k < 1.25$ או $k > 1.25$.



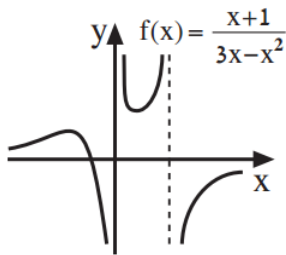
4. א. $a = -6$ או $a = \frac{1}{2}$. ב. (1) $(0,12)$,
 $(6,0)$. (2) $(-\frac{1}{2}, 13)$ מקסימום, $(6,0)$
מינימום. (3) עולה: $x < -\frac{1}{2}$ או $x > 6$, יורדת:
 $-\frac{1}{2} < x < 6$. (4) $y = 1$. ג. $(-\frac{1}{2}, -13)$ מינימום,
 $(6,0)$ מקסימום; עולה: $-\frac{1}{2} < x < 6$, יורדת:
 $x < -\frac{1}{2}$ או $x > 6$; $y = -1$.



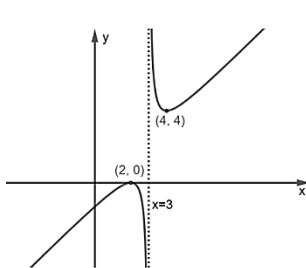
5. א. $a = 4$. ב. $(2,5)$.
מקסימום, $x = 1$, $y = 4$.
ג. (1) אחת. (2) אפס
ד. (1) $x \neq 0.191, 1, 1.309$.



6. א. $a = 2, b = 4$. ב. $x \neq -2, x \neq 2$.
ג. $(-4.16, 0), (2.16, 0), (0, 4.5)$. ד. עולה:
 $1 < x < 2$ או $2 < x < 4$, יורדת: $x < -2$
או $-2 < x < 1$ או $x > 4$. ו. $c \geq 1.5$.

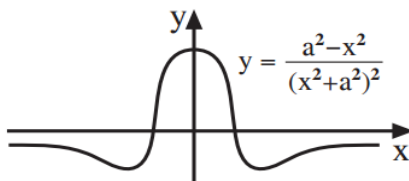


7. א. $a = 1, b = 3$; מינימום. $(1, 1)$.
ב. $x = 0, y = 0$; מקסימום. $(-3, \frac{1}{9})$.
ג. $(-1, 0)$; עולה: $x < -3$ או $1 < x < 3$
או $x > 3$, יורדת: $-3 < x < 0$ או $0 < x < 1$.
ה. $(1, 1), (-3, \frac{1}{81}), (-1, 0)$.

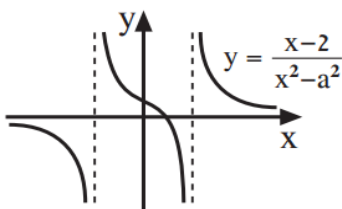


8. א. $x \neq 3$.
ב. $x = 3$.
ג. $(0, -\frac{4}{3})$ ו- $(2, 0)$.
ד. נקודת מקסימום $(2, 0)$, נקודת מינימום $(4, 4)$.

ג. תחומי עלייה: $x < 3, 1 < x < \frac{5}{2}$ תחומי ירידה: $\frac{5}{2} < x < 3, x < 1$



9. א. כל x . ב. $(0, \frac{1}{a^2}), (a, 0), (-a, 0)$.
ג. $(0, \frac{1}{a^2})$ מקסימום, $(\sqrt{3}a, -\frac{1}{8a^2})$ מינימום,
 $(-\sqrt{3}a, -\frac{1}{8a^2})$ מינימום. ד. $y = 0$.



1. א. $x \neq -a, x \neq a$.
0. $x = -a, x = a, y = 0$.
 $(0, \frac{2}{a^2}), (2, 0)$; יורדת:
 $-a < x < a$ או $x < -a$
או $x > a$.

פרק ב': גאומטריה

1.

הנקודה E נמצאת על הצלע BC במשולש BCD .
נתון כי $\angle DBE = \angle CDE$.

א. הוכיחו כי $\triangle BCD \sim \triangle DCE$.

ב. נתון כי $\frac{BE}{CE} = \frac{7}{9}$.

(1) מצאו את היחס $\frac{CD}{CE}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{BD}{DE}$.

נתון כי $\angle BDE = 90^\circ$.

ג. מצאו את היחס בין $\frac{BD}{BE}$.

ד. מהנקודה E העבירו אנך ל- DC החותך אותו הנקודה F .

(1) הוכיחו כי $\triangle BDE \sim \triangle DFE$.

(2) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש BDE למשולש DFE .

(3) מצאו באיזה יחס הנקודה F מחלקת את הצלע DC .

2.

המרובע $ABCD$ הוא מקבילית שאלכסוניה נפגשים בנקודה O .

הנקודה E נמצאת על הקטע DO .

נתון כי $DE = 2EO$.

א. מצאו את היחס $\frac{DE}{BE}$.

מהנקודה E העבירו מקביל ל- AB החותך את AD בנקודה F .

ב. מצאו את היחס $\frac{DF}{AD}$.

ג. המשך AE חותך את DC בנקודה G .

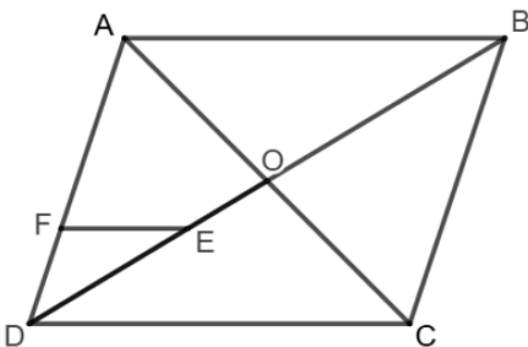
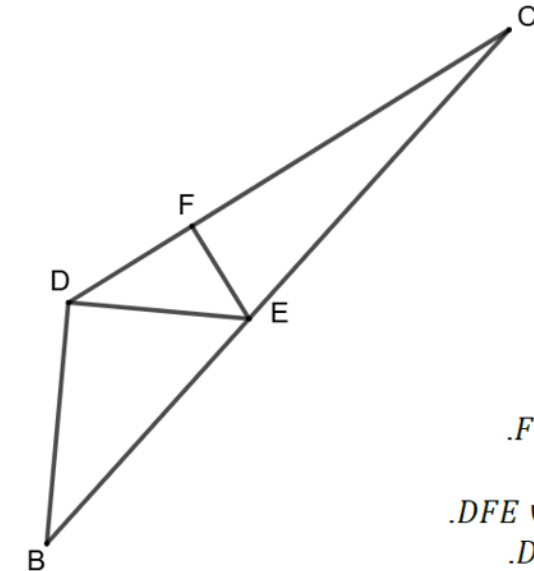
(1) מצאו את היחס $\frac{AE}{EG}$.

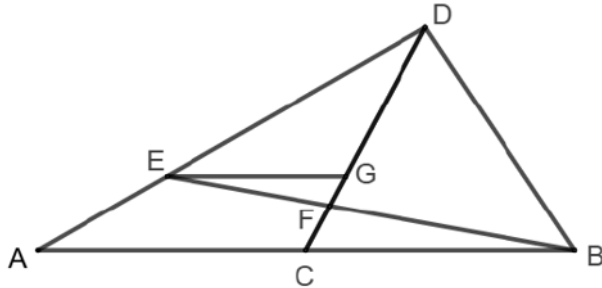
(2) הוכיחו כי E נקודת מפגש התיכונים במשולש ACD .

ד. נסמן: $S_{\triangle DEF} = S$. הביעו באמצעות S את:

(1) $S_{\triangle ADE}$

(2) $S_{\triangle ADO}$





3. הקטע DC הוא תיכון במשולש ABD .

הנקודה E נמצאת על הקטע AD .

נתון כי $DE = 2AE$.

מהנקודה E העבירו מקביל ל- AB .

החותך את התיכון DC בנקודה G .

א. מצאו את היחס $\frac{EG}{AC}$.

ב. הנקודה F היא נקודת החיתוך של

הקטעים DC ו- BE .

(1) מצאו את היחס $\frac{GF}{FC}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{DF}{FC}$.

4. המרובע $ABCD$ הוא מעוין. נתון כי E אמצע הקטע AO .

א. מצאו את היחס $\frac{AE}{EC}$.

ב. הנקודה F נמצאת על הצלע AD כך ש- $DF = 2AF$.

(1) הוכיחו כי $\triangle AEF \sim \triangle CED$.

(2) הוכיחו כי $\angle AEF = \angle CED$.

ג. EG הוא חוצה זווית במשולש DEF .

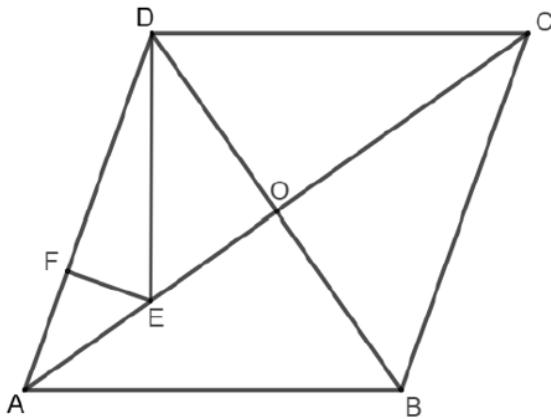
(1) הוכיחו כי $EG \parallel DO$.

(2) הוכיחו כי $AD = 6FG$.

ד. נסמן: $S_{\triangle EFG} = S$. הביעו באמצעות S את:

(1) שטח המשולש AEF .

(2) שטח המשולש CED .



בית חינוך תיכון ע"ש חיים
 מצויינות • ערכים • חברה

5.

המשולש BCD שווה שוקיים ($BC = BD$).

הנקודות A ו- E נמצאות על הצלעות CD ו- BD , בהתאמה.

נתון כי $AD = AE$.

א. הוכיחו כי $\triangle BCD \sim \triangle ADE$.

ב. נתון כי A אמצע CD ו- $\frac{BC}{AC} = \frac{5}{3}$.

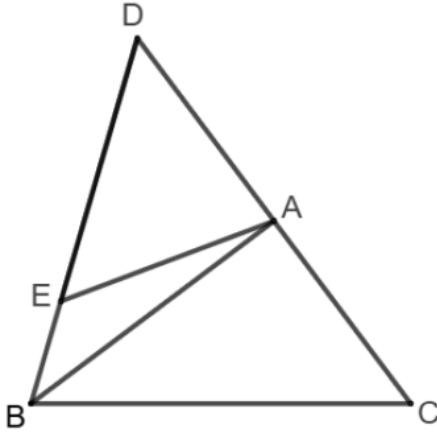
(1) מצאו את היחס $\frac{DE}{AC}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABE}}$.

ג. האנך ל- BC מהנקודה C נפגש עם המשך BA בנקודה F .

(1) הוכיחו כי $\triangle ABC \sim \triangle ACF$.

(2) מצאו באיזה יחס הנקודה A מחלקת את הקטע BF .



6.

נתון משולש ABC .

הנקודות E ו- D נמצאות על הצלעות AB ו- BC , בהתאמה.

א. נתון כי $AE = 2BE$ ו- $BC = 3BD$.

(1) הוכיחו כי $ED \parallel AC$.

(2) חשבו את היחס $\frac{ED}{AC}$.

ב. מהנקודה E מעבירים מקביל ל- BC .

החותך את AC בנקודה F .

(1) הוכיחו כי המרובע $EDCF$ הוא מקבילית.

(2) חשבו את היחס $\frac{EF}{BD}$.

ג. הנקודה G היא אמצע הקטע EF ,

המשך BG חותך את AC בנקודה H .

(1) הוכיחו כי המרובע $BEGD$ הוא מקבילית.

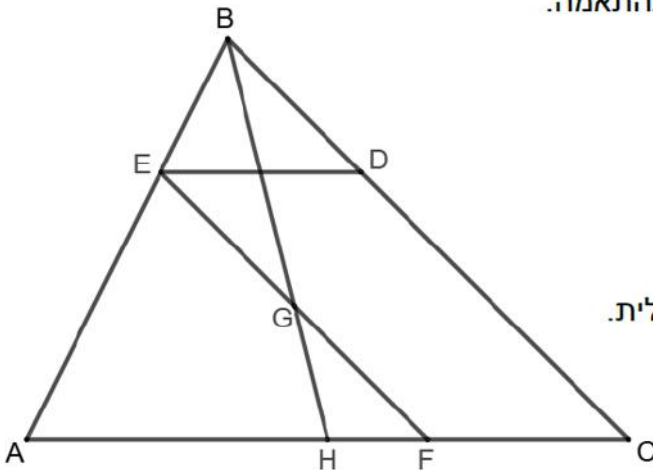
(2) הוכיחו כי $\triangle HGF \sim \triangle HBC$.

(3) הוכיחו כי $FC = 2HF$.

ד. נסמן: $S_{\triangle HGF} = S$.

(1) הביעו באמצעות S את שטח המשולש BCH .

(2) הביעו באמצעות S את שטח המשולש ABC .



7. המרובע $ABCD$ הוא מקבילית, נתון כי $\angle C$ קהה.

הנקודה E נמצאת על הצלע AB ,

והנקודה F נמצאת על המשך הצלע CB .

נתון כי $AE = AD$ ו- $BE = BF$.

א. נסמן: $\angle ADE = \alpha$.

(1) הביעו באמצעות α זווית $\angle ABF$.

(2) הוכיחו כי הנקודה E נמצאת על הקטע DF .

הנקודה G נמצאת על המשך CE , כך ש- $CE = EG$.

ב. נתון כי $BC = BG$.

(1) הוכיחו כי $\angle CEB = 90^\circ$.

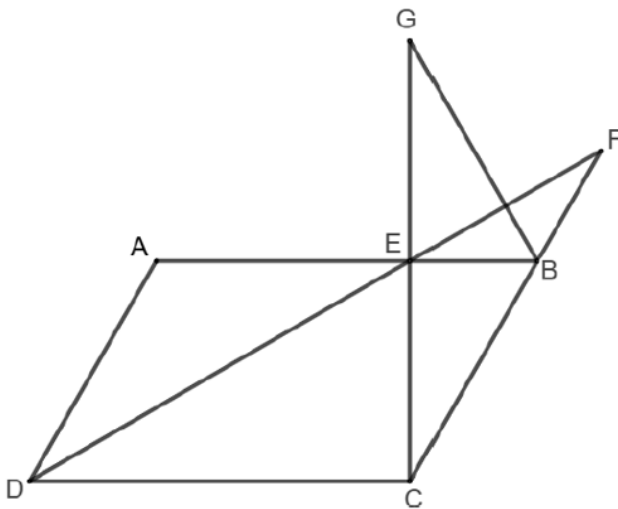
(2) הביעו באמצעות α את זווית $\angle BCE$.

נתון כי $DE = 2EF$.

ג. מצאו את α .

נסמן: $S_{\triangle BEF} = S$.

ד. הביעו באמצעות S את שטח המקבילית $ABCD$.



8.

במשולש ABC הנקודות E ו- G נמצאות על הצלע BC ,

והנקודה D נמצאת על הצלע AB (כמתואר באיור).

א. נתון: $\angle DGB = \angle BDE$.

(1) הוכיחו כי $\triangle BDG \sim \triangle BED$.

(2) הוכיחו כי $BD^2 = BE \cdot BG$.

הנקודה F נמצאת על הצלע AC .

נתון כי $\angle GFC = \angle FEC$.

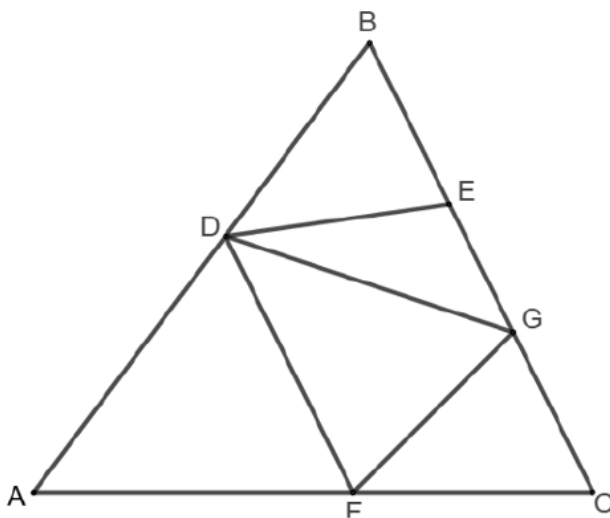
ב. הוכיחו כי $FC^2 = GC \cdot CE$.

נתון כי $GC = BE$.

ג. הוכיחו כי $BD = FC$.

נתון כי $AD = AF$.

ד. הוכיחו כי $DF \parallel BC$.



9.

נתון משולש ABC .

הנקודות E ו- D נמצאות על הצלעות AC ו- BC , בהתאמה.

נתון כי $\angle ADB = 90^\circ$ ו- $AE = DE$.

א. הוכיחו כי $AE = EC$.

ב. נתון כי $\angle A = 90^\circ$.

(1) הוכיחו כי $\triangle ADC \sim \triangle BAC$.

(2) הוכיחו כי $AC^2 = BC \cdot DC$.

ג. נתון כי $\frac{CD}{AE} = \frac{2}{3}$.

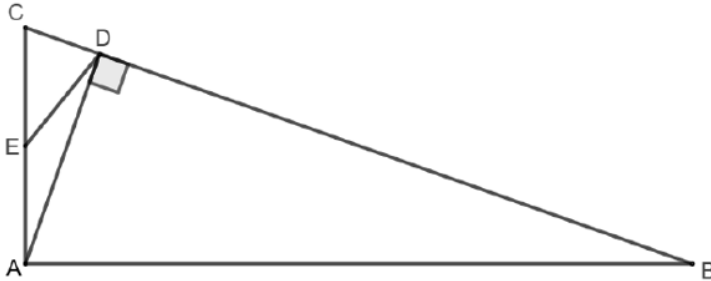
(1) מצאו את היחס $\frac{CD}{AC}$.

(2) מצאו את היחס $\frac{CD}{DB}$.

ד. נתון כי $S_{\triangle CED} = 4$.

(1) חשבו את שטח המשולש ACD .

(2) חשבו את שטח המשולש ABC .



10.

הקטע BD הוא חוצה זווית במשולש ABC .

על הצלע BC בנו משולש BCE (כמתואר באיור).

נתון כי $DC = CE$.

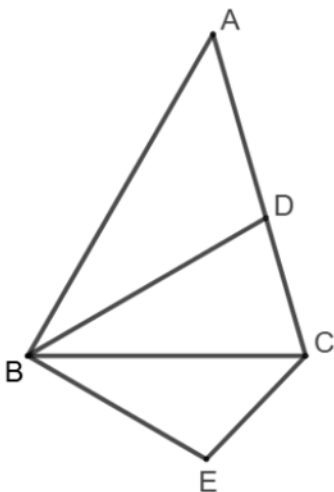
א. הוכיחו כי $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{EC}$.

נתון כי $\angle BAD = \angle BCE$.

ב. הוכיחו כי $\triangle ABD \sim \triangle CBE$.

נתון כי $AB \perp BE$.

ג. מצאו את גודל הזווית $\angle ABD$.



פרק ב': גאומטריה – תשובות

1. $\frac{CD}{CE} = \frac{4}{3}$ ב 1.
 $\frac{BD}{DE} = \frac{4}{3}$ ב 2.
 $\frac{BD}{BE} = \frac{4}{5}$ ג.
 ד 2. $\frac{5}{3}$
 ד 3. $\frac{FC}{DF} = \frac{18}{7}$
2. א. $\frac{DE}{BE} = \frac{1}{2}$
 ב. $\frac{DF}{AD} = \frac{1}{3}$
 ג 1. $\frac{AE}{EG} = 2$
 ד 1. $S_{\triangle ADE} = 3S$
 ד 2. $S_{\triangle ADO} = 4.5S$
3. א. $\frac{EG}{AC} = \frac{2}{3}$
 ב 1. $\frac{GF}{FC} = \frac{2}{3}$
 ב 2. $\frac{DF}{FC} = 4$
6. א 2. $\frac{ED}{AC} = \frac{1}{3}$
 ב 2. $\frac{EF}{BD} = 2$
 ד 1. $S_{\triangle BCH} = 9S$
 ד 2. $S_{\triangle ABC} = 18S$
7. א 1. $180^\circ - 2\alpha$
 ב 2. $90^\circ - 2\alpha$
 ג. $\alpha = 30^\circ$
 ד. $12S$
8. הוכחה

4. א. $\frac{AE}{EC} = \frac{1}{3}$.9. ג (1). $\frac{1}{3}$

ד 1. $S_{\Delta AEF} = 2S$ ג (2). $\frac{1}{8}$

ד 2. $S_{\Delta CED} = 18S$ ד (1). 8

ד (2). 72

5. ב (1). $\frac{DE}{AC} = \frac{6}{5}$.10. ג. 30°

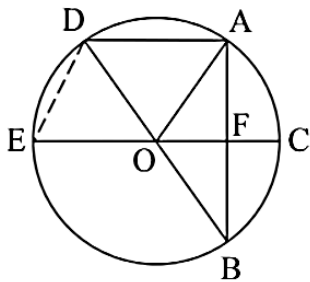
ב (2). $\frac{S_{\Delta ADE}}{S_{\Delta ABE}} = \frac{18}{7}$

ג (2). $\frac{AF}{AB} = \frac{9}{16}$

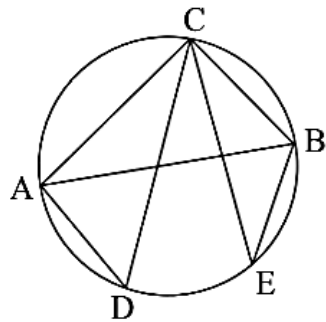


פרק ג': גאומטריה עם מעגל

1. הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה O וקטריו BD ו-CE. הקוטר CE חותך את המיתר AB בנקודה F. נתון: $CF = 2$ ס"מ, $BO = 5$ ס"מ, $AF = BF$.

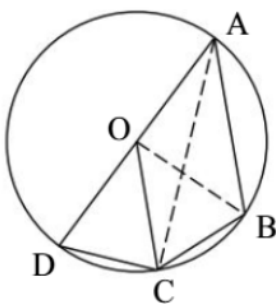


- חשבו את היקף המשולש $\triangle ADO$.
- הוכיחו: המרובע AFOD הוא טרפז ישר זווית.
- חשבו את היקפו ואת שטחו של הטרפז AFOD.
- (*) הורידו אנך מהנקודה D לרדיוס EO וחשבו את אורך המיתר DE.



2. הנקודות A, B, C, D ו-E נמצאות על מעגל.

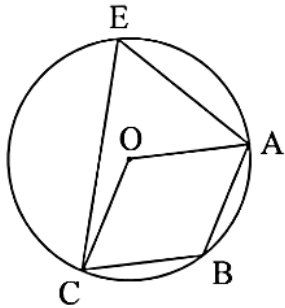
- נתון: $\angle ACE = \angle BCD$.
- הוכיחו: $BE = AD$.
- נתון: $\angle BEC = 35^\circ$, $\angle ADC = 55^\circ$.
- הוכיחו: $BC \perp AC$.



3. הנקודות B ו-C נמצאות על מעגל שקוטרו AD ומרכזו בנקודה O.

- הוכיחו: $\angle ACD = 90^\circ$.
- נוגה טענה: "הזווית $\angle ACD$ תהייה ישרה כפי שהוכחנו, גם אם הנקודה C הייתה קרובה יותר לנקודה B". האם היא צודקת? הסבירו.
- נתון: $BC = DC$. הוכיחו: $AB \parallel CO$.
- נתון: $BC = 10$ ס"מ, $CO = 13$ ס"מ. חשבו את אורך הקטע AC.

4. הנקודות A, B, C ו-E נמצאות על מעגל שמרכזו בנקודה O



כך שהמרובע ABCO הוא מעוין.

א. חשבו את הזווית $\angle AEC$.

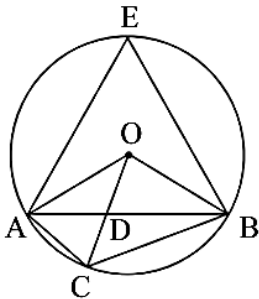
ב. ראובן טען שהקשת הקצרה AC מהווה שליש מהיקף המעגל.

שמעון טען שהקשת הקצרה AC מהווה שישית מהיקף המעגל.

מי מהשניים צודק? הסבירו.

ג. נתון: $\angle EAO = 50^\circ$. חשבו את גודל: 1. הזווית $\angle ECO$. 2. זוויות המשולש $\triangle AEC$.

5. הנקודות A, B, C ו-E נמצאות על מעגל שמרכזו בנקודה O. הרדיוס CO



והמיתר AB נחתכים בנקודה D. נתון: $\angle ABC = 20^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$.

א. חשבו את גודל הזוויות $\angle AEB$ ו- $\angle BAO$.

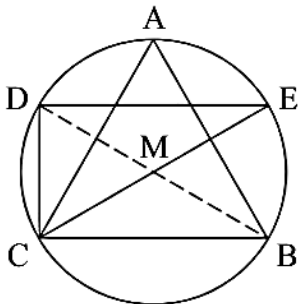
ב. מהו מיקום הנקודה E שעבורו שטח המשולש $\triangle ABE$ הוא מקסימלי? הסבירו.

ג. רון טען שהמשולש $\triangle ABE$ הוא בהכרח שווה צלעות.

האם הוא צודק? הסבירו.

ד. נתון: $\angle EAO = 30^\circ$. הוכיחו: $AE = BE$.

6. הנקודות D ו-E נמצאות על מעגל החוסם את המשולש שווה הצלעות $\triangle ABC$.



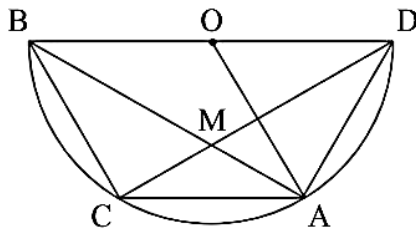
הקטעים BD ו-CE חוצים את הזוויות $\angle ABC$ ו- $\angle ACB$ בהתאמה.

א. הוכיחו: CE קוטר.

ב. המיתרים BD ו-CE נחתכים בנקודה M. הוכיחו: M מרכז המעגל.

ג. המרחק בין הנקודה M לבין המיתר BC הוא שני ס"מ.

חשבו את שטח המשולש $\triangle ACDE$.



7. הנקודות A ו-C נמצאות על חצי מעגל שמרכזו בנקודה O.

וקוטרו BD. המיתרים AB ו-CD נחתכים בנקודה M.

המיתר CD חוצה את הזווית $\angle ADB$. נסמן: $\angle ABC = \alpha$.

א. הביעו באמצעות α את הזוויות $\angle BMC$ ו- $\angle AOD$.

ב. הוכיחו: $\angle DAO = 2 \cdot \angle ABC$.

ג. נתון: $\angle BMC = \angle AOD$. הוכיחו: ACBO מעוין.

ד. נתון: 3 ס"מ = AD. חשבו את אורך הקשת AB.

פרק ג': גאומטריה עם מעגל – תשובות

1. א. 16 ס"מ. ג. היקפו 18 ס"מ ושטחו 18 סמ"ר. ד. $4.47 \text{ ס"מ} = \sqrt{20}$.

2. הוכחה

3. ב. נוגה צודקת. ד. 24 ס"מ.

4. א. 60° .

ב. ראובן צודק. הזווית המרכזית הנשענת על הקשת היא בגודל 120° , שליש מ- 360° המעלות במעגל.

ג. 1. 10° . 2. $\angle ACE = 40^\circ$, $\angle AEC = 60^\circ$, $\angle CAE = 80^\circ$.

5. א. $\angle AEB = 60^\circ$, $\angle BAO = 30^\circ$.

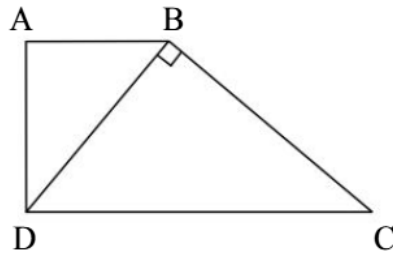
ב. כאשר הנקודה E נמצאת באמצע הקשת AB הארוכה. ג. רון טועה. במשולש $\triangle ABE$ ידוע ש:

$\angle AEB = 60^\circ$ אך אין מידע נוסף לגבי זוויות וצלעות במשולש.

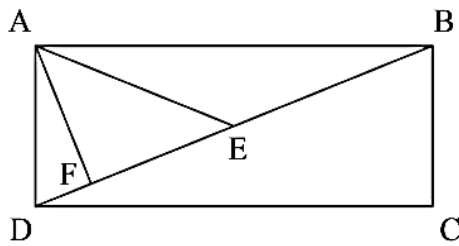
6. ג. $13.86 \text{ סמ"ר} = 8\sqrt{3}$.

7. א. $\angle BMC = 90^\circ - \alpha$, $\angle AOD = 180^\circ - 4\alpha$. ד. 6 ס"מ.

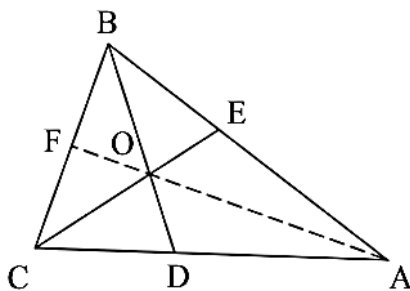
פרק ד': טריגונומטריה



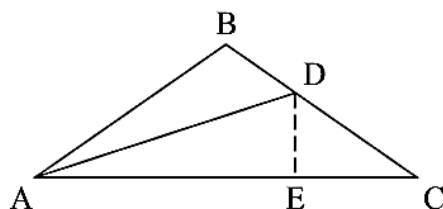
- 1 בטרפז ישר הזווית ABCD ($\angle BAD = 90^\circ$) האלכסון BD מאונך לשוק BC. נסמן: $AD = a$, $\angle ADB = \beta$.
- א. הביעו באמצעות a ו- β את אורכי הקטעים: BD, CD ו-BC.
- ב. נסמן: $BC = 2a$. חשבו את הזווית β .
- ג. הביעו באמצעות a את שטח הטרפז ABCD.



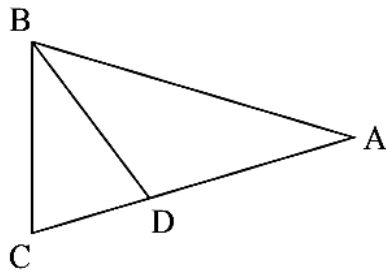
- 2 במלבן ABCD נתון: $AF \perp BD$, $AE = 4$ ס"מ.
- נסמן: $\angle BAE = \alpha$. הקטע AE הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABF$.
- א. הביעו באמצעות α את אורך:
- הצלע AD
 - האלכסון BD
- ב. נתון: $AE = DE$. חשבו את שטח המלבן ABCD.



- 3 במשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($AB = AC$) חוצי הזווית $\angle AEC = 114^\circ$. נתון:
- א. חשבו את גודל הזווית $\angle ACB$.
- ב. שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 38 סמ"ר. חשבו את היקפו.
- ג. חשבו את אורך הקטע AO.



- 4 הקטע AD הוא חוצה זווית במשולש $\triangle ABC$ שווה השוקיים ($AB = BC$) ששטחו 45 סמ"ר. במשולש $\triangle ACD$ הקטע DE הוא גובה. נתון: $\angle ABC = 110^\circ$.
- א. שטח המשולש $\triangle ADE$.
- ב. היקף המשולש $\triangle ADE$.
- ג. היקף המשולש $\triangle ABD$.



5 במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$ ($AB = AC$), הקטע BD חוצה את

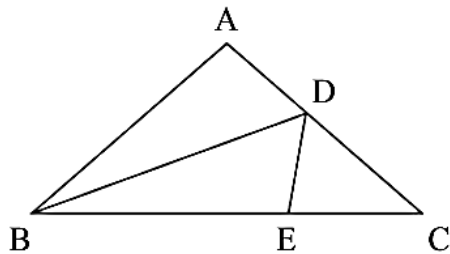
הזווית $\angle ABC$. נסמן: $\angle DBC = \beta$, $AC = a$.

הביעו באמצעות β ו- a את:

א. אורך הצלע BC .

ב. אורך הצלע CD .

ג. שטח המשולש $\triangle ABD$.



6 הקטע BD הוא חוצה זווית במשולש שווה השוקיים $\triangle ABC$.

הנקודה E נמצאת על הבסיס BC . הקטע DE הוא חוצה זווית

במשולש $\triangle BCD$. נסמן: $CD = p$, $\angle ACB = 4\alpha$.

א. הביעו באמצעות α את הזווית $\angle CDE$.

ב. הביעו באמצעות α ו- p את:

1. אורך הקטע DE .

2. אורך הקטע BD .

3. שטח המשולש $\triangle BDE$.

פרק ד': טריגונומטריה – תשובות

1. א. $BD = \frac{a}{\cos \beta}$, $CD = \frac{a}{\cos \beta \cdot \sin \beta}$, $BC = \frac{a}{\sin \beta}$. ב. $\beta = 30^\circ$. ג. $1.44a^2$.

2. א. 1. $\frac{4 \cdot \cos \alpha}{\sin 2\alpha}$ או $\frac{2}{\sin \alpha}$. 2. $\frac{4 \cdot \cos \alpha}{\sin 2\alpha \cdot \cos 2\alpha}$ או ב. 27.71 סמ"ר.

3. א. 76° . ב. 31.6 ס"מ. ג. 9.94 ס"מ.

4. א. 19.22 סמ"ר. ב. 26.11 ס"מ. ג. 25.06 ס"מ.

5. א. $\frac{a \sin 4\beta}{\sin 2\beta}$. ב. $\frac{a \sin \beta \cdot \sin 4\beta}{\sin 2\beta \cdot \sin 3\beta}$. ג. $\frac{a^2 \sin \beta \cdot \sin 4\beta}{2 \sin 3\beta}$.

6. א. $90^\circ - 3\alpha$. ב. 1. $\frac{p \cdot \sin 4\alpha}{\cos \alpha}$. 2. $\frac{p \cdot \sin 4\alpha}{\sin 2\alpha}$. 3. $\frac{p^2 \cdot \sin^2 4\alpha \cdot \cos 3\alpha}{2 \cos \alpha \cdot \sin 2\alpha}$

