

תשפ"ה - שכבת י' – שאלון 471 – עבודת קיץ

לפניכם שאלות בנושאים הבאים:

1. גאומטריה אנליטית

2. גאומטריה

3. שאלות משלבות של גאומטריה אנליטית וגאומטריה

4. סטטיסטיקה

5. חשבון דיפרנציאלי

ענו על כל השאלות באופן מלא וברור.

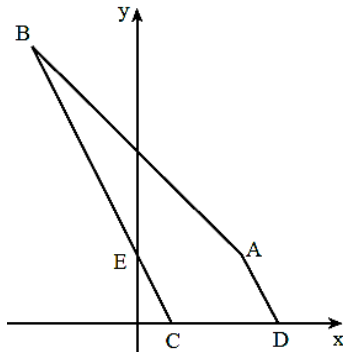
יש להגיש את העבודה בשיעור המתמטיקה הראשון בתחילת שנת הלימודים הבאה.

בשבועיים הראשונים של תחילת שנת הלימודים יתקיים מבחן על עבודת הקיץ.

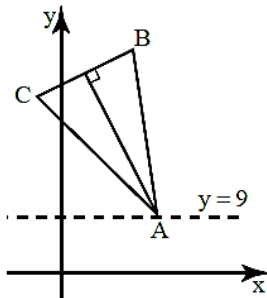
שתהיה חופשה נעימה,

צוות מתמטיקה

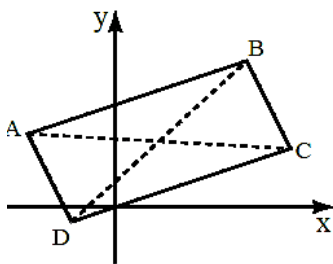
גאומטריה אנליטית



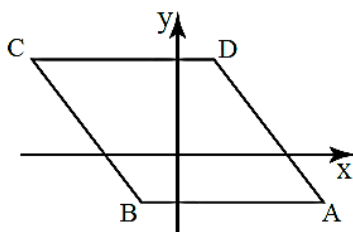
1. ABCD הוא מרובע שבו $BC \parallel AD$.
הצלע AB מונחת על הישר $y = -x + 10$,
והצלע CD מונחת על ציר ה- x.
נתון: $C(2;0)$, $D(8;0)$, שיעור ה- x של הנקודה A הוא 6.
א. מצאו את שיעור ה- y של הנקודה A.
ב. מצאו את משוואת הישר AD.
ג. מצאו את שיעורי הנקודה B.
ד. הישר BC חותך את ציר ה- y בנקודה E.
(1) הראו כי הישר AE מקביל לציר ה- x.
(2) מצאו את שטח המשולש AEB.



2. במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) נתון: $C(-1;14)$, $B(3;16)$.
א. מצאו את משוואת הגובה לבסיס BC.
ב. מצאו את שיעורי הקדקוד A, אם הוא נמצא על הישר $y = 9$.
ג. קבעו האם הטענה הבאה נכונה: במשולש שווה שוקיים הגובה לשוק בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.
ד. (1) מצאו את משוואת הגובה לשוק AC.
(2) מצאו את משוואת התיכון לשוק AC.
(3) קבעו על סמך תשובותיכם האם הגובה לשוק במשולש שווה שוקיים בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.

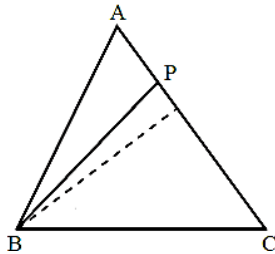


3. במרובע ABCD נתון: $AD = BC$, $AB = DC$.
א. איזה מרובע הוא ABCD? נמקו.
ב. משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{3}x + 7$,
ומשוואת הצלע AD היא $y = -2x - 7$.
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה $(3; 4.5)$.
מצאו את שיעורי הקדקודים A ו- C.
ג. מצאו את שיעורי הקדקודים B ו- D.

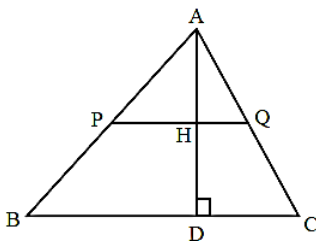


4. במעוין ABCD, משוואת הצלע DC היא $y = 8$.
ומשוואת האלכסון BD היא $y = 2x + 2$.
אלכסוני המעוין נחתכים על ציר ה- y.
א. הוסיפו לציור את אלכסוני המעוין.
ב. מצאו את משוואת האלכסון AC.
ג. מצאו את קדקודי המעוין.

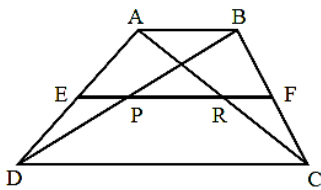
גאומטריה



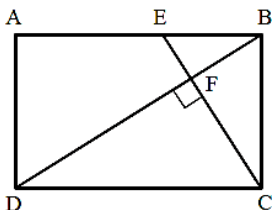
1. במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AC.
נתון: $AP = 3$ ס"מ, $CP = 6$ ס"מ, $S_{\triangle CBP} = 24$ סמ"ר.
חשבו את שטח המשולש ABC.



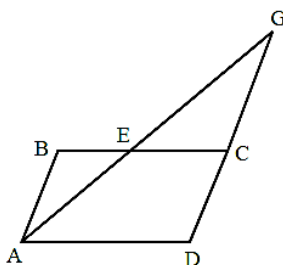
2. PQ הוא קטע אמצעים במשולש ABC. AD הוא גובה לצלע BC. הקטעים AD ו-PQ נחתכים בנקודה H.
א. הוכיחו: $AH = HD$. ראו הדרכה בתשובות.
ב. הסבירו מדוע AH הוא גובה במשולש APQ.
ג. הוכיחו: שטח המשולש ABC גדול פי 4 משטח המשולש APQ.



3. EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD, החותך את האלכסונים AC ו-BD בנקודות R ו-P בהתאמה.
א. הסבירו מדוע $EP = \frac{1}{2} AB$.
ב. הוכיחו: $EP = RF$.
ג. הוכיחו: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.

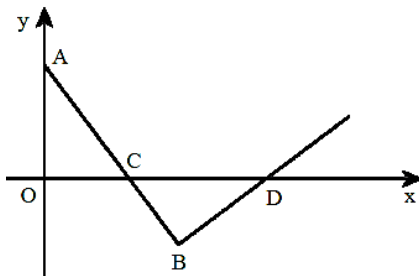


4. במלבן ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AB. נתון: $CE \perp DB$. F היא נקודת הפגישה של DB עם CE.
א. הוכיחו: $\triangle DCB \sim \triangle CBE$.
ב. הוכיחו בעזרת סעיף א': $BC^2 = DC \cdot BE$.
ג. נתון: $BE = 9$ מ"מ, $BC = 12$ מ"מ. חשבו את אורך האלכסון DB.

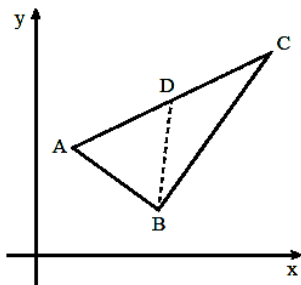


5. במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע BC, כך ש- $\frac{BE}{CE} = \frac{2}{3}$. שטח המשולש GEC הוא 18 סמ"ר.
א. הוכיחו: $\triangle AEB \sim \triangle GEC$.
ב. חשבו את שטח המשולש AEB.
ג. הוכיחו: $\triangle GAD \sim \triangle GEC$.
ד. חשבו את שטח המשולש GAD.
ה. חשבו את שטח המקבילית ABCD.

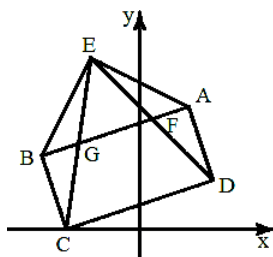
שאלות משולבות גאומטריה אנליטית וגאומטריה



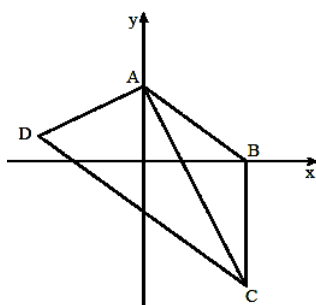
1. בציור נתונות הנקודות $A(0;4)$, $B(4.8;-2.4)$.
 הישר AB חותך את ציר ה- x בנקודה C .
 א. מצאו את שיעורי הנקודה C .
 ב. הוכיחו: $OC = BC$.
 ג. בנקודה B העבירו אנך לישר AB .
 האנך חותך את ציר ה- x בנקודה D .
 הוכיחו: $\triangle AOC \cong \triangle BDC$.
 ד. מהם שיעורי הנקודה D ?
 ה. עידו טוען ללא חישובים נוספים אפשר לדעת כי $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle BDC}$. האם הוא צודק? נמקו.



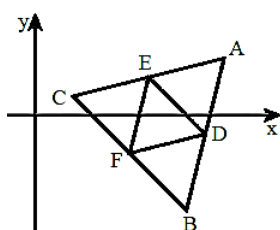
2. במשולש ABC נתון: $A(1;4)$, $B(5;1)$, $C(11;9)$.
 א. הוכיחו שהמשולש הוא ישר זווית.
 ב. הנקודה D נמצאת על הצלע AC ,
 כך שמתקיים: $AD = BD$.
 הוכיחו: $AD = DC$. הדרכה: סמנו $\angle A = \alpha$.
 ג. הסבירו מדוע: $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD}$.
 אין צורך לחשב את השטחים.



3. במרובע $ABCD$ נתון: $A(2;5)$, $B(-4;3)$, $C(-3;0)$, $D(3;2)$.
 א. הראו שהמרובע $ABCD$ הוא מלבן.
 ב. הנקודה $E(-2;7)$ נמצאת מחוץ למלבן.
 הראו ש- $AE = BE$.
 ג. הוכיחו: $\triangle ADE \cong \triangle BCE$.
 ד. הוכיחו: $\angle AEG = \angle BEF$.



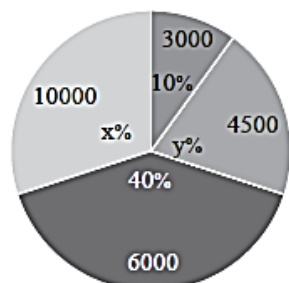
4. המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel DC$),
 AC חוצה את הזווית BCD .
 א. הראו כי $AB = BC$.
 ב. נתון: $A(0;3)$, $B(4;0)$.
 חשבו את אורך הקטע BC .
 ג. הקטע BC מאונך לציר ה- x .
 מצאו את משוואת האלכסון AC .



5. D , E ו- F הן נקודות האמצע של צלעות BC , AB ו- AC של משולש ABC .
 נתון: $D(9;-1)$, $E(6;2)$ ו- $F(5;-2)$.
 א. מצאו את משוואות צלעותיו של המשולש ABC .
 ב. מצאו את שיעורי הקדקודים A , B ו- C .

סטטיסטיקה

1. בחנות למוצרי חשמל מוכרים ארבעה סוגים של מקררים שמחיריהם (בשקלים) הם: 10000, 6000, 4500, 3000.



בדיאגרמה שלפניכם מוצגת השכיחות היחסית של המקררים שנמכרו, לפי מחיריהם.

א. מספר המקררים שנמכרו במחיר 10000 שקלים גדול פי 1.5 ממספר המקררים

שנמכרו במחיר 4500 שקלים. מצאו את x ו- y .

ב. מהו המחיר הממוצע של מקרר?

ג. מהו המחיר החציוני של מקרר?

ד. ידוע שנמכרו 12 מקררים שמחירם 6000 שקלים.

העתיקו את הטבלה למחברתכם והשלימו אותה.

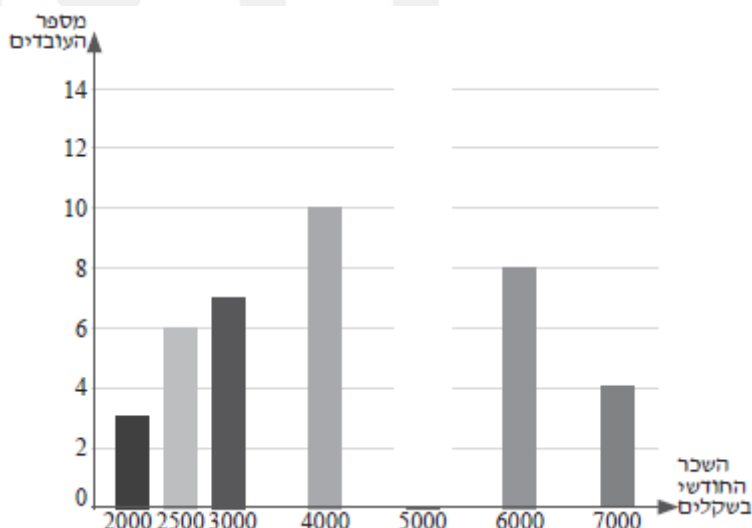
מחיר המקרר (בשקלים)	3000	4500	6000	10000
מספר המקררים				

ה. בחנות נמכר סוג נוסף של מקררים, שמחירו 8000 שקלים, שנשכח ולא הוכנס לדיאגרמת העיגול.

ידוע שהמחיר הממוצע למקרר של כל המקררים שנמכרו בחנות (כולל הסוג הנוסף) הוא 6800 שקלים.

כמה מקררים נמכרו מהסוג הנוסף?

2. לפניכם דיאגרמת עמודות המתארת את התפלגות השכר החודשי לפי מספר העובדים (בשקלים) העמודה של השכר בגובה 5000 נמחקה.



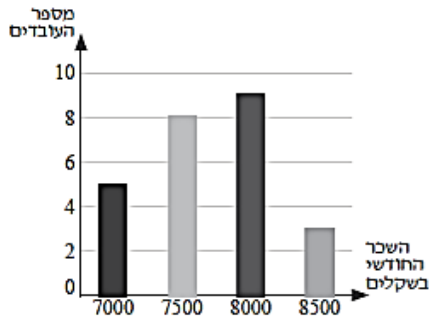
ידוע כי השכר החודשי הממוצע הוא 4360 ₪.

א. מצאו כמה עובדים מרוויחים 5000 ₪.

ב. מה השכר החציוני?

ג. הוחלט להעלות את שכרם של העובדים ששכרם פחות מ-4000. מה אחוז העובדים שהעלו להם שכר?

ד. מהי השכיחות היחסית של העובדים ששכרם לפחות 6000?



3

בחברה יש 2 מחלקות: מחלקה א' ומחלקה ב'.

דיאגרמת העמודות שלפניכם מתארת את התפלגות השכר החודשי

במחלקה א'.

א. כמה עובדים יש במחלקה א'?

ב. בנו טבלת שכיחות, המתאימה לדיאגרמת העמודות,

המייצגת את השכר החודשי במחלקה א'.

ג. מהו השכר הממוצע, השכר החציוני והשכר השכיח במחלקה א'?

ד. במחלקה ב' השכר החודשי הממוצע הוא 8000 שקלים. ידוע שהשכר הממוצע של כל העובדים במחלקה א' ובמחלקה ב' יחד הוא 7812.5 שקלים. כמה עובדים יש במחלקה ב'?

4
בחנות שטיחים יש מספר דרגות מחירים של שטיחים לסלון. בטבלה שלפניכם מופיעות דרגות המחיר השונות ומספר השטיחים באותו הסוג הנמצאים במלאי החנות

מחיר השטיח	1500	2500	3000	3800	4000
מספר השטיחים	5	x	10	17	3

ידוע כי החציון הוא 3400

א. מהו מספר השטיחים בחנות במחיר 2500?

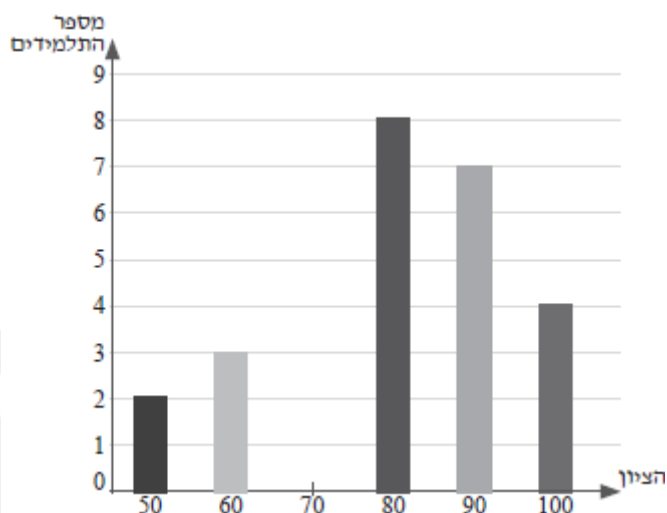
ב. מהו המחיר השכיח?

ג. מהו המחיר הממוצע של שטיחי הסלון הנמצאים בחנות?

ד. מהו אחוז השטיחים שמחירם יותר מ- 3000?

ה. מהי השכיחות היחסית של השטיחים שמחירם לא יותר מ- 2500?

5. בדיאגרמה הבאה מתוארת התפלגות הציונים במבחן בביולוגיה בדיאגרמה חסרה עמודה אחת המייצגת את מספר התלמידים שקבלו 70. ידוע כי השכיחות היחסית של הציון 80 הוא $\frac{4}{15}$.



א. מהי השכיחות של הציון 70?

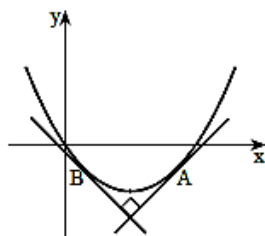
ב. חשבו את ממוצע הציונים.

ג. מהו הציון השכיח?

ד. מהו החציון?

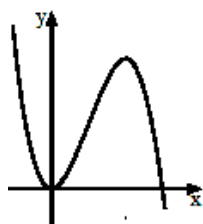
ה. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקבלו לפחות 80?

חשבון דיפרנציאלי



1. נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 - 5x$.
 ישר משיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x = 3$.
 א. מצאו את שיפוע הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A.
 ב. המשיק לגרף הפונקציה בנקודה B מאונך למשיק בנקודה A (ראו ציור). מצאו את שיעורי הנקודה B.

2. המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^4}{2} - ax + 10$ בנקודה $x = 1$ מקביל לישר $y = -2x + 10$. מצאו את a.



3. לפניכם גרף הפונקציה $f(x) = -x^3 + 9x^2$.
 א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות האפס של הפונקציה.
 ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = -2$?
 הדרכה: היעזרו בגרף הפונקציה.
 ה. מצאו לאילו ערכי x הפונקציה $f(x)$ יורדת וחיובית.

4. נתונה פונקציה $f(x) = (x^2 - 1)^2$.
 א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. הוכיחו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
 ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ה. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ו. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ז. הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל x.
 ח. (1) מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = f(x) - 6$.
 (2) כמה נקודות אפס יש לפונקציה $g(x)$?

5. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2(x + 2)^4$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. מצאו את שיעורי החיתוך עם הצירים.
 ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.
 ד. מהן תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
 ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + k$. מצאו את k שעבורו $g(x)$ תשיק לציר ה- x בנקודת המקסימום שלה.

6. נתונה הפונקציה $f(x) = x^3(2x - 6)^2$

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

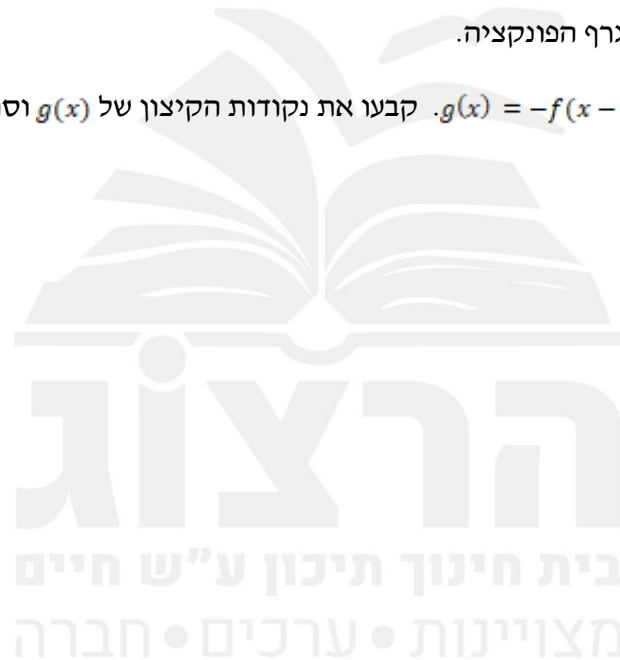
ב. מצאו את שיעורי החיתוך עם הצירים.

ג. מצאו את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבעו את סוגן.

ד. מהן תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

ה. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x - 2)$. קבעו את נקודות הקיצון של $g(x)$ וסוגן.



תשובות

גאומטריה אנליטית

1. א. $y_A = 4$. ב. $y = -2x + 16$. ג. $(-6; 16)$. ד. $(2; 36)$.
2. א. $y = -2x + 17$. ב. $(4; 9)$. ג. לא נכונה . ד. $(1; y = x + 13)$. $(2; y = 3x + 7)$. $(3; y = 3x + 7)$ לא מתלכד.
3. א. מקבילית . ב. $A(-6; 5)$, $C(12; 4)$. ג. $B(9; 10)$, $D(-3; -1)$.
4. א. $y = -\frac{1}{2}x + 2$. ג. $A(12; -4)$, $B(-3; -4)$, $C(-12; 8)$, $D(12; 4)$.

גאומטריה

1. 36 סמ"ר.
2. א. הדרכה: התבוננו במשולש BOC .
ג. הדרכה: סמנו $AH = x$, $PQ = y$, והביעו את שטחי המשולשים ABC ו-APQ על ידי x ו-y .
3. הוכחות
4. ג. 20 מ"מ.
5. א. 8 סמ"ר . ב. 50 סמ"ר . ג. 40 סמ"ר . ד. 50 סמ"ר .

שאלות משולבות גאומטריה אנליטית וגאומטריה

1. א. $C(3; 0)$. ד. $D(8; 0)$. ה. כן, משולשים חופפים הם שווי שטח.
2. א. B .
3. א. הדרכה: הראו על ידי חישובי שיפועים, שצלעות סמוכות במרובע מאונכות זו לזו.
4. א. $y = -2x + 3$. ב. 5 . ג. $y = -2x + 3$.
5. א. $y = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$, $y = -x + 3$, $y = 4x - 37$. ב. $B(8; -5)$, $A(10; 3)$, $C(2; 1)$.

סטטיסטיקה

1. א) $x = 30\%$, $y = 20\%$ ב) 6600 שקלים ג) 6000 שקלים

מחיר המקרר (בשקלים)	3000	4500	6000	10000
מספר המקררים	3	6	12	9

2. א. 12

ב. 4000 נה

ג. 32%

ד. $\frac{12}{50} = \frac{6}{25}$

השכר החודשי בשקלים	7000	7500	8000	8500
מספר העובדים	5	8	9	3

3. א) 25 עובדים ב) ג) ממוצע – 7700 שקלים, שכית – 8000 שקלים, חציון – 7500 שקלים ד. 15 עובדים

4. א. 5

ב. 3800

ג. 3165

ד. 50%

ה. $\frac{10}{40} = \frac{1}{4}$

5. א. 6

ב. 79

ג. 80

ד. 80

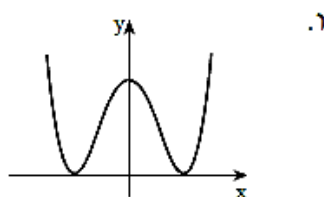
ה. $\frac{19}{30}$

חשבון דיפרנציאלי

1. א. 1. ב. $(2; -6)$.

2. $a = 4$.

3. א. $(0; 0)$ מינימום, $(6; 108)$ מקסימום. ב. עלייה: $0 < x < 6$, ירידה: $x > 6$ או $x < 0$.
 ג. $(0; 0)$, $(9; 0)$. ד. פתרון אחד. ה. $6 < x < 9$ או $x < 0$.



ג. $(0; 1)$ מקסימום, $(1; 0)$ מינימום, $(-1; 0)$ מינימום.
 ד. עלייה: $x > 1$ או $-1 < x < 0$ ירידה: $0 < x < 1$ או $x < -1$.
 ה. $(0; 1)$, $(1; 0)$, $(-1; 0)$.
 ח. (1) $(0; -5)$ מקסימום, $(1; -6)$ מינימום, $(-1; -6)$ מינימום.
 (2) שתי נקודות.

5. א. כל x .

ב. $(-2, 0)$, $(0, 0)$.

ג. מינימום: $(-2, 0)$, $(0, 0)$, מקסימום: $(-\frac{2}{3}, \frac{2048}{729})$.

ד. עלייה: $-\frac{2}{3} < x < -2$, $0 < x$. ירידה: $x < -2$, $0 < x < -\frac{2}{3}$.

ו. $k = -\frac{2048}{729}$.

6. א. כל x .

ב. $(0, 0)$, $(3, 0)$.

ג. מינימום: $(3, 0)$, מקסימום: $(1.8, 33.59)$.

ד. עלייה: $1.8 < x < 3$, $x > 3$. ירידה: $1.8 < x < 3$.

ו. מקסימום: $(5, 0)$, מינימום: $(3.8, -33.59)$.