

תרגול במתמטיקה לעולים לכיתה י"א – 5 יח"ל – יעל לוקנר

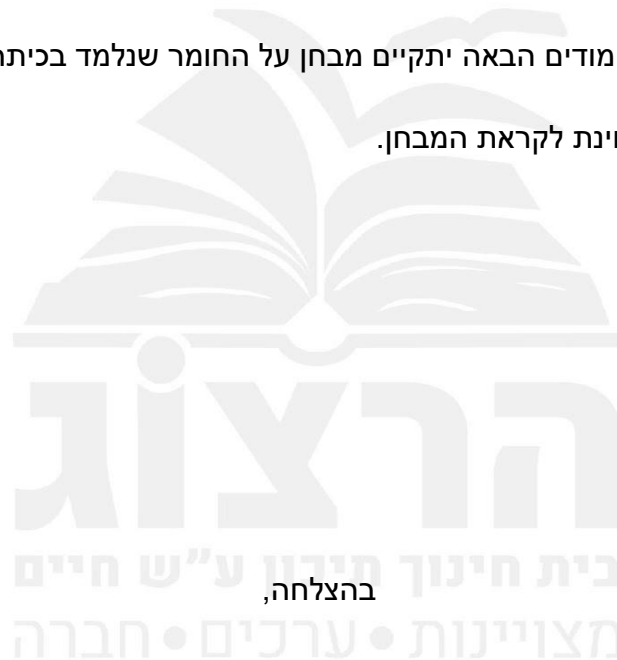
מצורף תרגול חזרה במתמטיקה לחופשת הקיץ.

התרגול כולל שלושה פרקים:

1. אלגברה
2. גאומטריה
3. חדו"א

בשבועות הראשונים של שנת הלימודים הבאה יתקיים מבחן על החומר שנלמד בכיתה י'.

התרגול המצורף מהווה הכנה מצוינת לקראת המבחן.



צוות מתמטיקה

יש לפתור את כל השאלות.

משוואות עם מכנים:

עמודים 160-163 : 12,25,41,59

מערכת משוואות:

עמודים 165-166 : 13,14,16

משוואות ממעלה ראשונה עם פרמטרים:

עמודים 169-172 : 38,45,55,73

משוואות ממעלה שנייה עם פרמטרים:

עמודים 181-182 : 2,16,26

משוואות אי-רציונליות:

עמודים 195-197 : 14,27,32,49

אי שיויונים ממעלה ראשונה:

עמוד 200 : 9,14

אי שיויונים ממעלה שנייה:

עמודים 220-221 : 6,22,52

מערכות אי שיויונים "וגם" (חיתוך):

עמוד 203 : 31,36

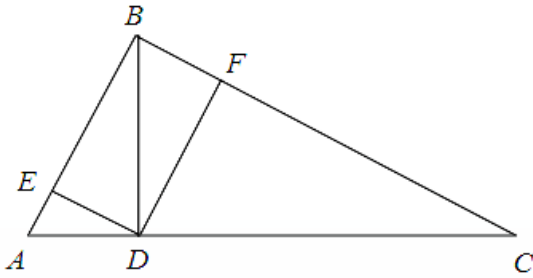
עמוד 222 : 65,76

מערכות אי שיויונים "או" (איחוד)

עמוד 207 : 71,78

עמוד 223-224 : 105,107

יש לפתור בכתיבה גאומטרית (הוכחה מנומקת).



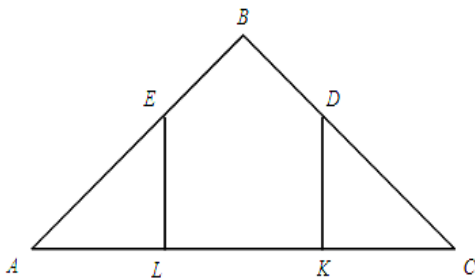
1.

נתון משולש ישר זווית ($\sphericalangle ABC = 90^\circ$).
 BD הוא גובה המשולש ליתר AC.
 F היא נקודה על BC כך ש- $DF \perp BC$,
 E היא נקודה על BA כך ש- $DE \perp BA$.
 (ראה ציור).

א. הוכח כי EF ו-BD שווים זה לזה וחוצים זה את זה.
 ב. הוכח כי $ED^2 = DF \cdot AE$.

2.

בציור שלפניך מתואר משולש שווה שוקיים, ABC , $BA = BC$.
 מנקודה D הנמצאת על השוק BC הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה K.
 מנקודה E הנמצאת על השוק BA הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה L.
 נתון: $AL = LK = KC$.



א. חשב את $\frac{BD}{DC}$.

הקטעים DL ו-EK נפגשים בנקודה G.
 ב. הוכח כי המרובע BDGE הוא דלתון.

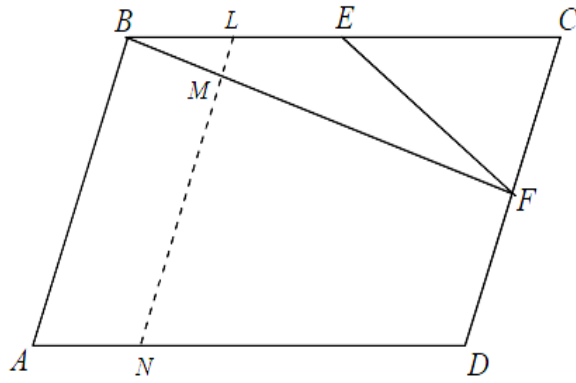
נתון: $AC = 45$.

היקף המרובע EDKL הוא 54.

ג. חשב את אורך הקטע BG.

ב,2022

מצויינות • ערכים • חברה



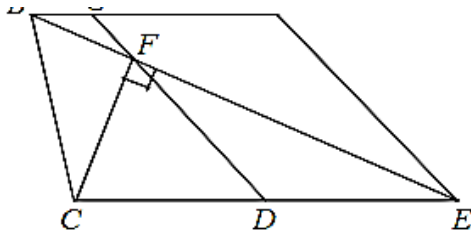
המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הזווית A היא זווית חדה.
 הנקודה E היא אמצע הצלע BC
 והנקודה F היא אמצע הצלע CD
 (ראה ציור).

א. שטח המשולש ECF הוא S.
 הבע את שטח המקבילית ABCD
 באמצעות S. נמק את תשובתך.

ב. הנקודה L היא אמצע הקטע BE.
 דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל ל-AB וחותך את BF ואת AD
 בנקודות M ו-N בהתאמה.

חשב את היחס $\frac{LM}{MN}$

ב,2017



בטרפז ABCE ($BA \parallel CE$) היא נקודה F
 על האלכסון BE כך ש- $CD=ED$.
 (ראה ציור).

המשך FD חותך את AB בנקודה G.
 נתון: $EA=4$ ס"מ, $ED=3$ ס"מ, חוצה זווית AEC,
 $CF \perp BE$

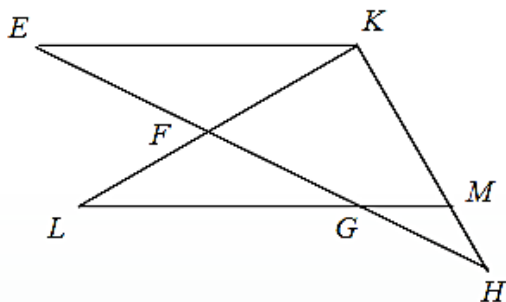
א. הוכח כי $\triangle EDF \sim \triangle BAE$.

ב. הוכח כי המרובע AGDE הוא מקבילית.

ג. שטח המשולש EDF הוא S.

הבע באמצעות S את שטח המשולש BGF. נמק.

פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. $S_{\triangle BGF} = \frac{1}{9}S$



נתון משולש KHE. נקודות M ו-G נמצאות על הצלעות

KH ו-EH בהתאמה כך ש- $GM \parallel EK$.

נקודה F נמצאת על הצלע EH.

המשכי הקטעים GM ו-FK נפגשים

בנקודה L (ראה ציור).

נתון: $\angle KML = \angle KFH$.

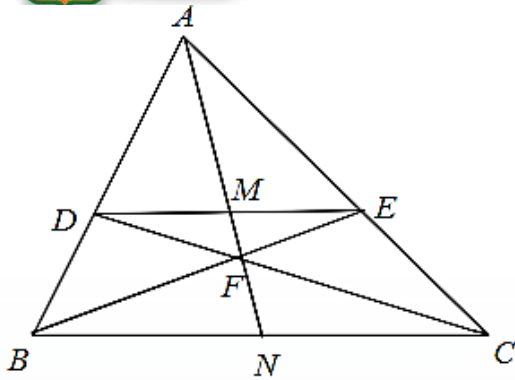
א. הוכח כי $\triangle KHE \sim \triangle FLG$.

ב. נתון גם: $\frac{EF}{GE} = \frac{3}{5}$, $EH = 12.5$ cm, $LG = 5$ cm.

(1) מצא את האורך של EK.

(2) מצא את היחס $\frac{MH}{KH}$.

פתרון: א. הוכחה ב(1). 7.5 ס"מ ב(2). $\frac{2}{5}$



במשולש ABC הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות AB ו-AC בהתאמה כך ש- $DE \parallel BC$.
CD ו- BE נחתכים בנקודה F.
AF חותך את DE בנקודה M, והמשכו חותך את BC בנקודה N (ראה ציור).
הוכח:

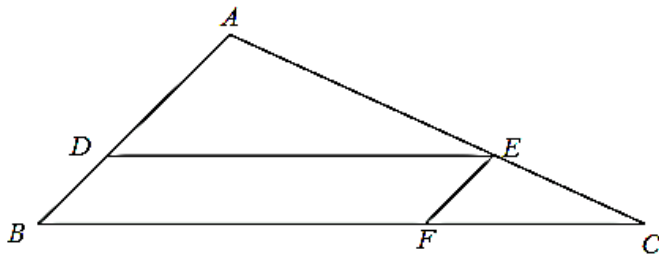
א. $\frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$

ב. $\frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$

ג. $DM = EM$ ו- $BN = CN$.

7.

נתון משולש ABC, הנקודות D, E ו-F נמצאות על הצלעות AB, AC ו-BC בהתאמה, כך ש- $BA \parallel FE$ ו- $BC \parallel DE$ (ראה ציור).



א. נתון: שטח המשולש ADE הוא S_1 ,

שטח המשולש EFC הוא S_2 .

הבע באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמק.

ב. הוכח כי שטח המשולש BEF שווה ל- $\sqrt{S_1 \cdot S_2}$.

פתרון: א. $\frac{BF}{FC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$ ב. הוכחה

8.

נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ($AD \parallel BC$).

דרך הקודקוד D העבירו אנך ל- AD

וישר המקביל לשוק AB.

האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M,

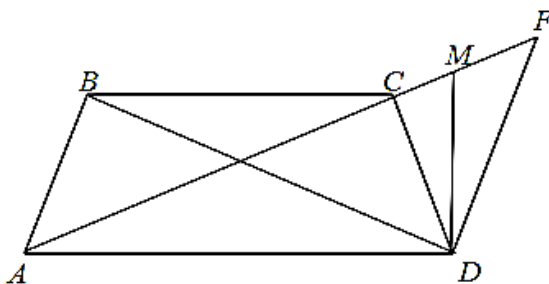
והישר המקביל חותך את המשך האלכסון BC בנקודה F (ראה ציור).

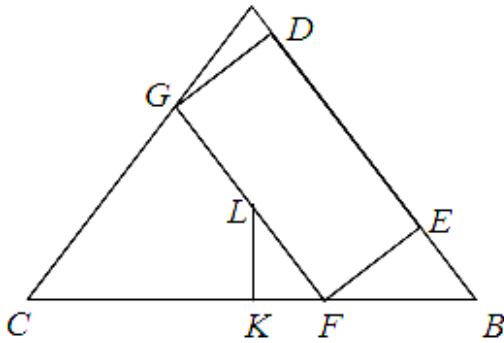
נסמן: $\angle CAD = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.

א. הוכח כי $\triangle ABC \sim \triangle FDA$

ב. הוכח כי $\angle CDM = \angle MDF$.

ג. הוכח כי $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$

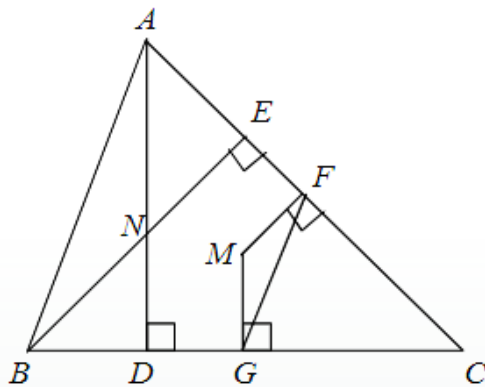




במשולש שווה שוקיים ABC ($AC=AB$)
 חסום מלבן $GFED$ כך שהקודקודים D ו- E
 מונחים על הצלע AB , והקודקודים G ו- F
 מונחים על הצלעות BC ו- CA בהתאמה.
 נקודה L , הנמצאת על צלע המלבן GF ,
 היא מפגש התיכונים במשולש ABC .
 דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC ,
 החותך את BC בנקודה K (ראה ציור).

- א. הוכח כי $\triangle KAB \sim \triangle KLF \sim \triangle EFB$.
 אם $AB=15$ ס"מ, $BC=18$ ס"מ, חשב:
 ב. את אורך הקטע KF . נמק.
 ג. את אורך הקטע FE . נמק.

פתרון: א. הוכחה ב. $KF = 3$ ג. $FE = 4.8$



נתון משולש ABC חד-זוויות.
 BE הוא גובה לצלע AC , ו- AD הוא הגובה לצלע BC .
 הגבהים נפגשים בנקודה N .
 FM הוא אנך אמצעי לצלע AC ,
 ו- GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

- א. הוכח:
 (1) $\angle BAC = \angle GFC$
 (2) $\angle ABN = \angle MFG$
 (3) $\triangle ANB \sim \triangle GMF$
 ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.

פתרון: א1. הוכחה א2. הוכחה א3. הוכחה ב. 2

10.

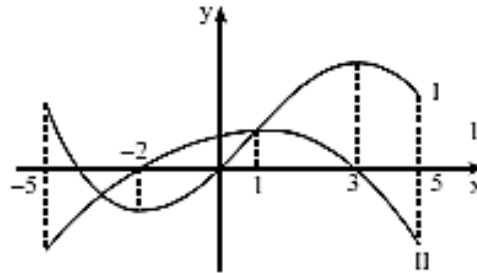
מכיל שימוש במשפטי תאלס, משפטי דמיון, מסקנות מנוסחאות שטח משולש,

קטע אמצעים במשולש, נקודת מפגש תיכונים, תכונות של מקבילית, מלבן, טרפז, דלתון, אנך אמצעי, חישובי זוויות שונים, אלגברה של יחסים

משולש שווה שוקיים, משולש ישר זווית, חישובי זוויות.

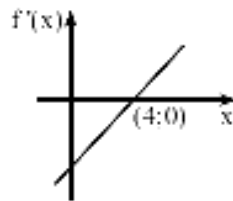
1.

בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום $-5 \leq x \leq 5$.
 אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$ והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.
 ב. מהו שיעור ה- x של הנקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא מקסימלי?

2.



נתונה פונקציה $f(x)$. לפניך הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נתון כי $f'(x)$ היא פונקציה קווית וכי יש פתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = 2$.

א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = 1 - f(x+1)$ וקבע את סוג הקיצון.

ג. מהם תחומי השליליות של הפונקציה $h(x)$ המקיימת $h(x) = f'(x-2)$?

משוואת המשיק

תזכורת! משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה x_1 היא: $y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$.

3. ישר ששיפועו 8 משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = (2x - 3)^4$ בנקודה A.
 א. מצא את משוואת המשיק.
 ב. המשיק שמצאת משיק לגרף הפונקציה: $g(x) = (4 - x)^8 + 24$ בנקודה B. מצא את שיעוריה.

4. (*) ישר ששיפועו 72 משיק לגרף הפונקציה: $f(x) = 3(2x - m)^3$ בנקודה A.
 א. הבע באמצעות m את שיעור ה- x של הנקודה A (שתי אפשרויות).
 ב. נתון: מכפלת שיעורי ה- x האפשריים גדולה מ-3. מצא את תחום ערכי m המתאימים לפונקציה.
 ג. נתון: גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה B. מצא את טווח הערכים האפשריים עבור שיעור ה- x של הנקודה B.

(*) הפונקציה: $f(x) = (x+m) \cdot (x-m)^4$ חותכת את ציר ה-y בנקודה A ($0 < m$). המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A חותך את ציר ה-x בנקודה B. ראשית הצירים היא הנקודה O. נתון ששטח המשולש ΔABO הוא $\frac{1}{6}$ יח"ר. מצא את הפרמטר m, את נקודות הקיצון של הפונקציה ואת סוגן.

חקירה מלאה ללא פרמטרים

- בתרגילים הבאים עליך לחקור את הפונקציות הנתונות באופן מלא לפי הסעיפים:
- תחום ההגדרה.
 - נקודות הקיצון וסוגן (במידה ומצאת נקודת פיתול - ציין אותה).
 - נקודות החיתוך עם הצירים.
 - תחומי העלייה והירידה.
 - סקיצה של גרף הפונקציה (במידה ומצאת נקודת פיתול - התייחס אליה בשרטוט).
- $f(x) = x \cdot (2x+1)^3$
 - $f(x) = (x-5) \cdot (x+1)^2$
 - $f(x) = (x-3)^2 \cdot (x+3)^2$
 - נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-5) \cdot (x+m)^2$ ($m < 5$).
 - נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-y הוא -9. מצא את ערכו של הפרמטר m.
 - עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 - נקודות הקיצון ואת סוגן.
 - תחומי העלייה והירידה.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x) = -31$. נמק.
 - גרף הפונקציה: $f(x) = (x^2 - 16x + 16p) \cdot (x^2 + px + 4)$ חותך את הישר $y = 256$ על ציר ה-y.
 - מצא את ערכו של הפרמטר p.
 - עבור גרף הפונקציה $f(x)$ מצא את:
 - נקודות הקיצון ואת סוגן.
 - תחומי העלייה והירידה.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצא לאילו ערכי x גרף הפונקציה $f(x)$ חיובי אך גרף הנגזרת $f'(x)$ שלילי.
 - נתונה הפונקציה: $f(x) = (x+p)^2 \cdot (x-5p)$ ($0 < p$).
 - עבור גרף הפונקציה $f(x)$ הבע באמצעות הפרמטר p, במידת הצורך, את:
 - נקודות הקיצון ואת סוגן.
 - תחומי העלייה והירידה.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים בשלוש נקודות היוצרות משולש ששטחו 240 יח"ר. מצא את ערכו של הפרמטר p.
 - הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = -f(x)$. מצא את נקודות הקיצון של $g(x)$ ואת סוגן.

א. גרף 1. ב. $x=1$

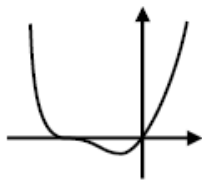
2.

א. $(4;2)$ מינימום. ב. $(3;-1)$ מקסימום. ג. $x < 6$

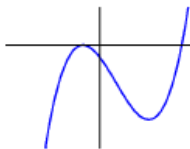
3. א. $y = 8x - 15$. ב. $(5, 25)$

4. א. $\frac{m+2}{2}, \frac{m-2}{2}$. ב. $4 < m$ או $m < -4$. ג. $2 < x$ או $x < -2$

5. $m = 1$, $Min(1,0)$, $Max(-0.6, 2.62)$



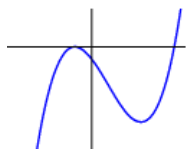
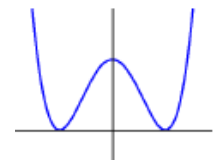
6. א. כל x . ב. $min(-0.125, -0.053)$. קיימת נקודת פיתול $(-0.5, 0)$.
ג. $(0, 0)$, $(-0.5, 0)$. ד. עולה: $-0.125 < x$. יורדת: $x < -0.125$.
ה. השרטוט משמאל.



7. א. לכל x . ב. $max(-1, 0)$, $min(3, -32)$. ג. $(-1, 0)$, $(0, -5)$, $(5, 0)$.
ד. עולה: $x < -1$ או $3 < x$. יורדת: $-1 < x < 3$.
ה. השרטוט משמאל.

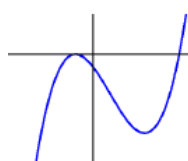
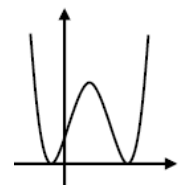
8. א. לכל x . ב. $min(-3, 0)$, $max(0, 81)$, $min(3, 0)$. ג. $(-3, 0)$, $(0, 81)$, $(3, 0)$.
ד. עולה: $3 < x$ או $-3 < x < 0$. יורדת: $0 < x < 3$ או $x < -3$.
ה. השרטוט משמאל.

הרצוג



9. א. $m = 1$. ב. 1. $max(-1, 0)$, $min(3, -32)$. 2. $(-1, 0)$, $(0, -5)$, $(5, 0)$.
3. עולה: $x < -1$ או $3 < x$. יורדת: $-1 < x < 3$.
ג. השרטוט משמאל. ד. שלושה.

10. א. $p = 4$. ב. 1. $min(-2, 0)$, $max(3, 625)$, $min(8, 0)$. 2. $(-2, 0)$, $(0, 256)$, $(8, 0)$.
3. עולה: $8 < x$ או $-2 < x < 3$. יורדת: $3 < x < 8$ או $x < -2$.
ג. השרטוט משמאל. ד. $3 < x < 8$ או $x < -2$.



11. א. 1. $max(-p, 0)$, $min(3p, -32p^3)$. 2. $(-p, 0)$, $(0, -5p^3)$, $(5p, 0)$.
3. עולה: $x < -p$ או $3p < x$. יורדת: $-p < x < 3p$.
ב. השרטוט משמאל. ג. $p = 2$. ד. $min(-2, 0)$, $max(6, 256)$.

