

תרגול במתמטיקה לעולים לכתה י"א - 5 יח"ל

מצורף תרגול חזרה במתמטיקה לחופשת הקיץ.
התרגול כולל שלושה פרקים:

1. אלגברה
2. גאומטריה
3. חדו"א

בשבועות הראשונים של שנת הלימודים הבאה יתקיים מבחן על החומר שנלמד בכתה י'.
התרגול המצורף מהווה הכנה מצויינת לקראת המבחן.

בהצלחה,

צוות המתמטיקה

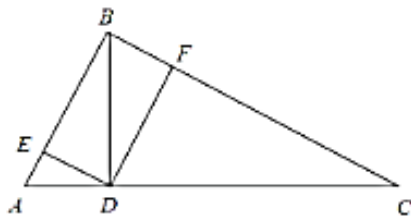
פרק 1 – אלגברה :

התרגילים הבאים הינם מספר הלימוד יואל גבע / כרך א

| תרגילים | עמודים | הנושא |
|----------------|---------|-----------------------------------|
| 12, 25, 41, 59 | 160-163 | משוואות עם מכנים |
| 13, 14, 16 | 165-166 | מערכת משוואות |
| 38, 45, 55, 73 | 169-172 | משוואות ממעלה ראשונה עם פרמטרים |
| 2, 16, 26 | 181-182 | משוואות ממעלה שנייה עם פרמטרים |
| 14, 27, 32, 49 | 195-197 | משוואות אי-רציונליות |
| 9, 14 | 200 | אי שיוויונים ממעלה ראשונה |
| 6, 22, 52 | 220-221 | אי שיוויונים ממעלה שנייה |
| 31, 36 | 203 | מערכות אי שיוויונים "וגם" (חיתוך) |
| 65, 76 | 222 | |
| 71, 78 | 207 | מערכות אי שיוויונים "או" (איחוד) |
| 105, 107 | 223-224 | |

פרק 2 – גאומטריה :

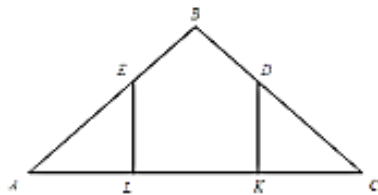
את כל הסעיפים יש לפתור בכתיבה גאומטרית (הוכחה מנומקת).



1. נתון משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
 BD הוא גובה המשולש ליתר AC.
 F היא נקודה על BC כך ש- $DF \perp BC$,
 E היא נקודה על BA כך ש- $DE \perp BA$.
 (ראה ציור).
 א. הוכח כי EF ו-BD שווים זה לזה וחוצים זה את זה.
 ב. הוכח כי $ED^2 = DF \cdot AE$.

2022

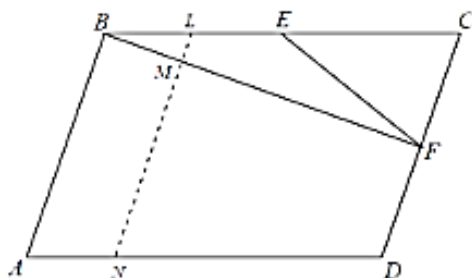
2. בציור שלפניך מתואר משולש שווה שוקיים, ABC , $BA = BC$.
 מנקודה D הנמצאת על השוק BC הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה K.
 מנקודה E הנמצאת על השוק BA הורידו אנך לבסיס, והוא חותך אותו בנקודה L.
 נתון: $AL = LK = KC$.



- א. חשב את $\frac{BD}{DC}$.
 הקטעים DL ו-EK נפגשים בנקודה G.
 ב. הוכח כי המרובע BDGE הוא דלתון.

נתון: $AC = 45$.
 היקף המרובע EDKL הוא 54.
 ג. חשב את אורך הקטע BG.

2022



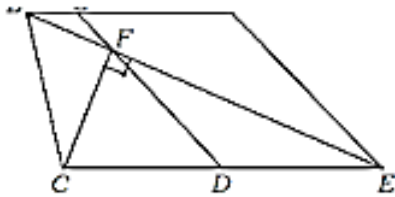
3. המרובע ABCD הוא מקבילית.
 הזווית A היא זווית חדה.
 הנקודה E היא אמצע הצלע BC
 והנקודה F היא אמצע הצלע CD.
 (ראה ציור).

א. שטח המשולש ECF הוא S.
 הבע את שטח המקבילית ABCD
 באמצעות S. נמק את תשובתך.

ב. הנקודה L היא אמצע הקטע BE.
 דרך הנקודה L העבירו ישר המקביל ל-AB וחותך את BF ואת AD
 בנקודות M ו-N בהתאמה.

חשב את היחס $\frac{LM}{MN}$

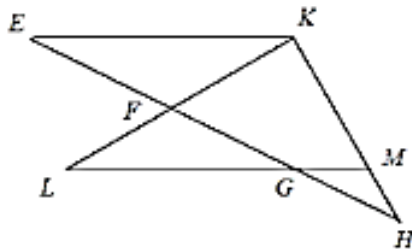
2017



4. בטרפז $ABCE$ ($BA \parallel CE$) היא נקודה F על האלכסון BE כך ש- $CD = ED$. (ראה ציור). המשך FD חותך את AB בנקודה G . נתון: $EA = 4$ ס"מ, $ED = 3$ ס"מ, EB חוצה זווית AEC , $CF \perp BE$.

א. הוכח כי $\triangle EDF \sim \triangle BAE$.
 ב. הוכח כי המחבוע $AGDE$ הוא מקבילית.
 ג. שטח המשולש EDF הוא S .
 הבע באמצעות S את שטח המשולש BGF . נמק.

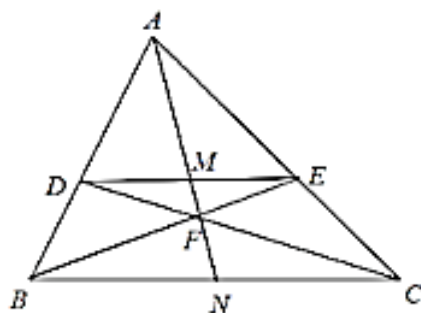
פתרון: א. הוכחה ב. הוכחה ג. $S_{BGF} = \frac{1}{9}S$



5. נתון משולש KHE . נקודות M ו- G נמצאות על הצלעות KH ו- EH בהתאמה כך ש- $GM \parallel EK$. נקודה F נמצאת על הצלע EK . המשכי הקטעים GM ו- FK נפגשים בנקודה L (ראה ציור). נתון: $\angle KML = \angle KFH$. א. הוכח כי $\triangle KHE \sim \triangle FLG$. ב. נתון גם: $\frac{EF}{GE} = \frac{3}{5}$, $EH = 12.5$ ס"מ, $LG = 5$ ס"מ.

(1) מצא את האורך של EK .
 (2) מצא את היחס $\frac{MH}{KH}$.

פתרון: א. הוכחה ב(1). 7.5 ס"מ ב(2). $\frac{2}{5}$



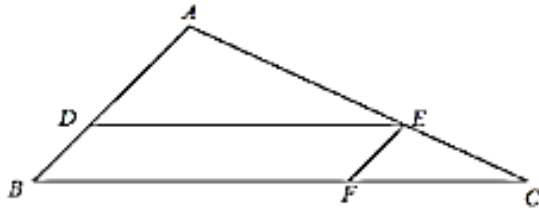
6. במשולש ABC הנקודות D ו- E נמצאות על הצלעות AB ו- AC בהתאמה כך ש- $DE \parallel BC$. CD ו- BE נחתכים בנקודה F . AF חותך את DE בנקודה M , והמשכו חותך את BC בנקודה N (ראה ציור). הוכח:

א. $\frac{DM}{BN} = \frac{EM}{CN}$

ב. $\frac{EM}{BN} = \frac{DM}{CN}$

ג. $DM = EM$ ו- $BN = CN$.

נתון משולש ABC, הנקודות D, E ו-F נמצאות על הצלעות AB, AC ו-BC בהתאמה, כך ש- $BC \parallel DE$ ו- $BA \parallel FE$ (ראה ציור).

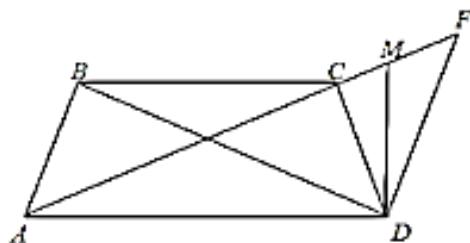


א. נתון: שטח המשולש ADE הוא S_1 ,
שטח המשולש EFC הוא S_2 .

הבע באמצעות S_1 ו- S_2 את היחס $\frac{BF}{FC}$. נמק.
ב. הוכח כי שטח המשולש BEF שווה ל- $\sqrt{S_1 \cdot S_2}$.

פתרון: א. $\frac{BF}{FC} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}}$ ב. הוכחה

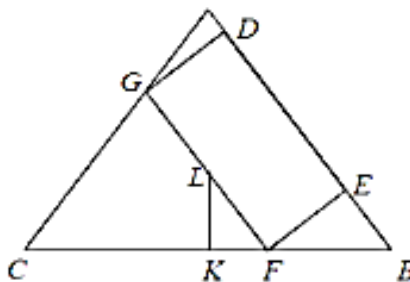
נתון סרפז שווה שוקיים ABCD ($AD \parallel BC$).



דרך הנקודות D העבירו אנך ל- AD וישר המקביל לשוק AB. האנך חותך את המשך האלכסון AC בנקודה M, והישר המקביל חותך את המשך האלכסון בנקודה F (ראה ציור).

נסמן: $\angle CAD = \beta$, $\angle BAC = \alpha$.
א. הוכח כי $\triangle ABC \sim \triangle FDA$.
ב. הוכח כי $\angle CDM = \angle MDF$.
ג. הוכח כי $\frac{AC}{AF} = \frac{MC}{MF}$.

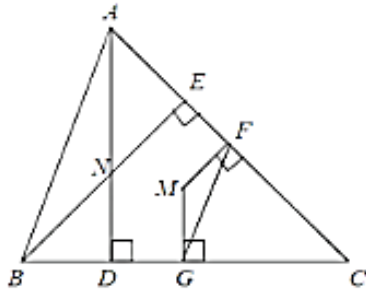
במשולש שווה שוקיים ABC ($AC=AB$)



סוס מלבן GFED כך שהקודקים D ו-E מונחים על הצלע AB, והקודקים G ו-F מונחים על הצלעות BC ו-CA בהתאמה. נקודה L, הנמצאת על צלע המלבן GF, היא מפגש התיכונים במשולש ABC. דרך הנקודה L העבירו אנך לצלע BC, החותך את BC בנקודה K (ראה ציור).

א. הוכח כי $\triangle KAB \sim \triangle KLF \sim \triangle EFB$.
אם $AB=15$ ס"מ, $BC=18$ ס"מ, חשב:
ב. את אורך הקטע KF. נמק.
ג. את אורך הקטע FE. נמק.

פתרון: א. הוכחה ב. $KF=3$ ג. $FE=4.8$



נתון משולש ABC חד-זוויות.
 BE הוא גובה לצלע AC, ו-AD הוא הגובה לצלע BC.
 הגבהים נפגשים בנקודה N.
 FM הוא אנך אמצעי לצלע AC,
 ו-GM הוא אנך אמצעי לצלע BC (ראה ציור).

א. הוכח:

1) $\angle BAC = \angle GFC$

2) $\angle ABN = \angle MFG$

3) $\triangle ANB \sim \triangle GMF$

ב. מצא את היחס $\frac{BN}{FM}$. נמק.

10.

פתרון: א. הוכחה 1, הוכחה 2, הוכחה 3. ב. 2



פרק 3 – חזו"א :

התרגילים הבאים הם בנושא פונק' שורש עם שילוב של שיפועים ומשיקים, שימוש בפרמטרים, הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת וטרנספורמציות.

חקרו את הפונקציה בהתאם לסעיפים הבאים :

- (א) תחום הגדרה. (ב) נקודות קיצון (כולל בקצוות).
(ג) תחומי עלייה וירידה. (ד) נקודות חיתוך עם הצירים.
(ה) שרטט את גרף הפונקציה.

1. $y = 4\sqrt{x} - x^2$

2. $y = x^2\sqrt{10-2x}$

3. $y = \sqrt{x-2} + \sqrt{4-x}$

4.

נתונה הפונקציה $y = \sqrt{2x} + \frac{3x}{2}$.

- א. מצא נקודה על גרף הפונקציה שבה שיפוע המשיק לגרף הוא 2.
ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף א'.

5. הישר $y = 3x - 1$ משיק לגרף הפונקציה $y = 4x - k\sqrt{x}$. מצא את הפרמטר k.

6.

נתונה הפונקציה $f(x) = ax + 3\sqrt{b-x}$.
גרף הפונקציה חותך את הצירים בנקודות (0,3) ו-(-3;0).
א. מצא את הערך של הפרמטרים a ו-b.

7.

הישר $y = 2x + b$ משיק לגרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{8x}$.
א. חשב את ערכו של b.
ב. הפונקציה f(x) היא נגזרת של פונקציה אחרת g(x).
מעבירים לפונקציה g(x) משיק ששיפועו 2.
מצא את שיעור ה-x של נקודת ההשקה.

8.

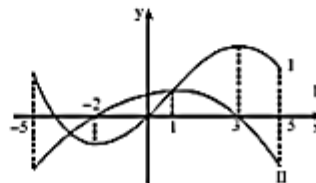
- נתונה הפונקציה $f(x) = 2x - 4\sqrt{x+1}$.
- מצא: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון. (3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - הפונקציה $f(x)$ היא נגזרת של הפונקציה $g(x)$, כלומר $g'(x) = f(x)$. בהנחה שתחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$:
 - מצא את שיעור ה- x של הנקודה על הגרף של $g(x)$ שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ הוא 4.
 - מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$ וקבע את סוגן.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$, אם ידוע $g(-1) = 0$.

9.

- נתונה הפונקציה $y = \sqrt{ax^2 - 16a}$, a הוא פרמטר שונה מאפס.
- חשב את a , אם שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה שבה $x = 8$ הוא $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 - הוכח: נגזרת הפונקציה אינה מתאפסת בתחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה. נמק.
 - מהם השיעורים של נקודות המינימום המוחלט של הפונקציה? נמק.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

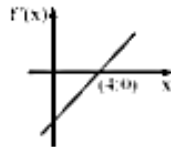
10.

בציור שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום $-5 \leq x \leq 5$. אחד הגרפים הוא של הפונקציה $f(x)$ והאחר של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.
- מהו שיעור ה- x של הנקודה שבה שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא מקסימלי?

11.



נתונה פונקציה $f(x)$. לפניך הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נתון כי $f'(x)$ היא פונקציה קווית וכי יש פתרון אחד בלבד למשוואה $f(x) = 2$.
 א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = 1 - f(x+1)$ וקבע את סוג הקיצון.
 ג. מהם תחומי השליליות של הפונקציה $h(x)$ המקיימת $h(x) = f'(x-2)$?

12.

נתונה הפונקציה $f(x) = x^2\sqrt{5-x}$.
 א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. הוא פרמטר. מהו הערך של c שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמק.
 ג. נתונה הפונקציה $h(x) = 2 - f(x)$. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$, וקבע את סוגן.
 ד. נתונה הפונקציה $k(x) = f(-x)$. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $k(x)$, וקבע את סוגן.
 ה. נתונה הפונקציה $n(x) = f(-5x)$. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $n(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות:

1.



- א. $x \geq 0$.
 ב. (1;3) מקסימום, (0,0) מינימום.
 ג. עלייה: $0 < x < 1$; ירידה: $x > 1$.
 ד. (0,0), (2.52,0).
 ה. אין.

2.



- א. $x \leq 5$. ב. (4;16√2) מקסימום, (0,0) מינימום.
 ג. עלייה: $0 < x < 4$.
 ירידה: $4 < x < 5$ או $x < 0$.
 ד. (0,0), (5,0). ה. אין.

3.



- א. $2 \leq x \leq 4$.
 ב. (3;2) מקסימום, (2;√2) מינימום.
 ג. עלייה: $2 < x < 3$; ירידה: $3 < x < 4$.
 ד. אין. ה. אין.

4.

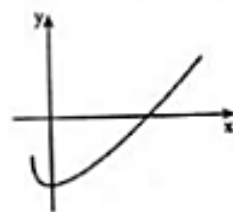
תשובה: א. (2,5). ב. $y = 2x + 1$.

5. $k=2$

6. $a=2, b=1$

7. א. $b=1$, ב. 0.5

8.



א. (1) $x \geq -1$

(2) מינימום, $(-1; -2)$ מקסימום.

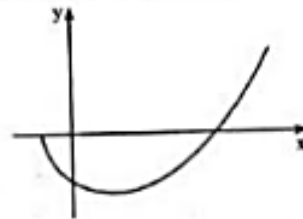
(3) עלייה: $x > 0$, ירידה: $-1 < x < 0$

(4) $(0; -4)$, $(4.83; 0)$

ג. (1) 8. (2) $x = -1$ מקסימום, $x = 4.83$ מינימום.

(3) עלייה: $x > 4.83$; ירידה: $-1 < x < 4.83$

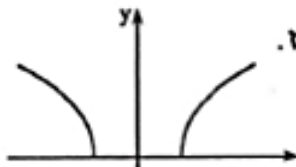
(4)



9.

א. 0.5. ב. $x \geq 4$ או $x \leq -4$. ג. $(-4; 0)$, $(4; 0)$

ד. עלייה: $x > 4$, ירידה: $x < -4$. ו. $(-4; 0)$, $(4; 0)$



10.

א. גרף 1. ב. $x=1$

11. א. $(4; 2)$ מינימום. ב. $(3; -1)$ מקסימום. ג. $x < 6$

12.

א. $(5; 0)$ מינימום, $(0; 0)$ מינימום, $(4; 16)$ מקסימום. ב. $c=0$ או $c=-16$

ג. $(5; 2)$ מקסימום, $(0; 2)$ מקסימום, $(4; -14)$ מינימום

ד. $(-5; 0)$ מינימום, $(0; 0)$ מינימום, $(-4; 16)$ מקסימום

ה. $(-1; 0)$ מינימום, $(0; 0)$ מינימום, $(-0.8; 16)$ מקסימום