

**עבודת קיץ במתמטיקה לעולים ליי"א – 4 יח"ל – שאלון 471**

תלמידים יקרים,

מצורפת עבודת הקיץ במתמטיקה לקראת שנת הלימודים הבאה. העבודה מכילה חמישה חלקים:

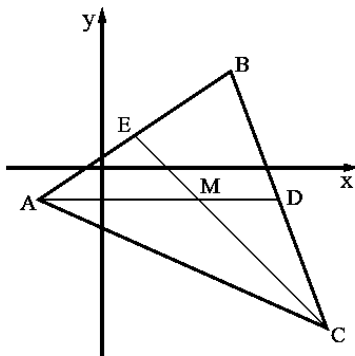
1. גיאומטריה אנליטית
2. גיאומטריה
3. טריגונומטריה
4. שאלות משולבות של שלושת הנושאים הנ"ל
5. קדם אנליזה

ומתבססת על חומר הלימוד אותו למדתם לאורך כל השנה.

בשבועות הראשונים של שנת הלימודים הבאה יתקיים מבחן על החומר שלמדתם לאורך השנה. עבודה זו מהווה הכנה טובה לקראת הבחינה. כמו כן, היא מהווה הזדמנות פז לצמצום פערים בנושאים שנלמדו.

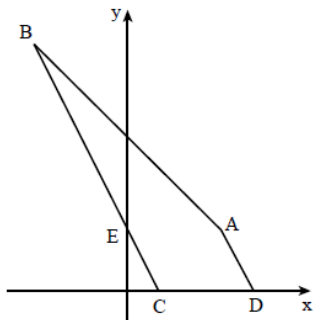
מאחלים לכם חופשת קיץ נעימה  
בהצלחה,  
צוות מתמטיקה.

**גיאומטריה אנליטית:**



1. קודקודיו של משולש הם  $A(-2, -1)$ ,  $B(4, 3)$ ,  $C(7, -5)$ .
  - א. מצאו את משוואת התיכון AD לצלע BC ואת משוואת התיכון CE לצלע AB.
  - ב. הנקודה M היא נקודת המפגש של התיכונים במשולש ABC. מצאו את שיעורי הנקודה M.
  - ג. הוכיחו על ידי חישוב אורכי הקטעים EM ו-EC שמתקיים:  $EM = \frac{1}{3}EC$ .

**פתרון:** א.  $y = -1$ ,  $y = -x + 2$ . ב.  $(3, -1)$ .



2. ABCD הוא מרובע שבו  $BC \parallel AD$ .  
 הצלע AB מונחת על הישר  $y = -x + 10$ ,  
 והצלע CD מונחת על ציר ה-x.  
 נתון:  $C(2;0)$ ,  $D(8;0)$ , שיעור ה-x של הנקודה A הוא 6.  
 א. מצאו את שיעור ה-y של הנקודה A.  
 ב. מצאו את משוואת הישר AD.  
 ג. מצאו את שיעורי הנקודה B.  
 ד. הישר BC חותך את ציר ה-y בנקודה E.  
 (1) הראו כי הישר AE מקביל לציר ה-x.  
 (2) מצאו את שטח המשולש AEB.

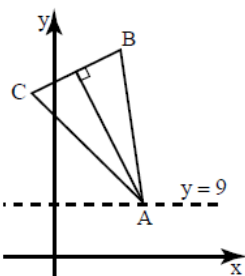
**פתרון:** א.  $y_A = 4$ . ב.  $y = -2x + 16$ . ג.  $(-6; 16)$ . ד. (2) 36.

3. במקבילית ABCD משוואת הצלע AB היא  $x + y + 2 = 0$ ,  
 משוואת האלכסון AC היא  $x + 3y = 0$  והקודקוד D הוא בנקודה (1,3).  
 א. סרטטו מקבילית ללא מערכת צירים וסמנו עליה את הנתונים.  
 ב. מצאו את משוואת הצלע DC.  
 ג. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.  
 ד. מצאו שת שיעורי הקודקוד B ואת משוואת האלכסון BD.  
 ה. היעזרו בקודקודי המקבילית שמצאתם וסרטטו על מערכת צירים את המקבילית ABCD.

**פתרון:** ב.  $y = -x + 4$

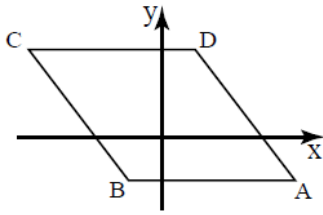
ג.  $A(-3, 1)$ ,  $C(6, -2)$

ד.  $B(2, -4)$ ,  $y = -7x + 10$



4. במשולש שווה-שוקיים ABC ( $AB = AC$ ) נתון:  $C(-1; 14)$ ,  $B(3; 16)$ .  
 א. מצאו את משוואת הגובה לבסיס BC.  
 ב. מצאו את שיעורי הקודקוד A, אם הוא נמצא על הישר  $y = 9$ .  
 ג. קבעו האם הטענה הבאה נכונה: במשולש שווה שוקיים הגובה לשוק בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.  
 ד. (1) מצאו את משוואת הגובה לשוק AC.  
 (2) מצאו את משוואת התיכון לשוק AC.  
 (3) קבעו על סמך תשובותיכם האם הגובה לשוק במשולש שווה שוקיים בהכרח מתלכד עם התיכון לשוק.

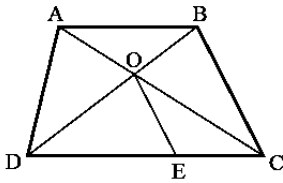
**פתרון:** א.  $y = -2x + 17$ . ב. (4;9). ג. לא נכונה. ד. (1)  $y = x + 13$ . (2)  $y = 3x + 7$ . (3) לא מתלכד.



5. במעוין ABCD, משוואת הצלע DC היא  $y = 8$ , ומשוואת האלכסון BD היא  $y = 2x + 2$ . אלכסוני המעוין נחתכים על ציר ה- $y$ .  
א. הוסיפו לציור את אלכסוני המעוין.  
ב. מצאו את משוואת האלכסון AC.  
ג. מצאו את קדקודי המעוין.

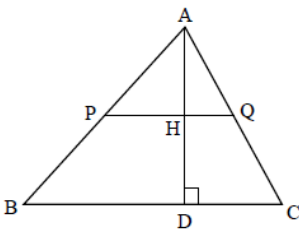
**פתרון:** ב.  $y = -\frac{1}{2}x + 2$ . ג.  $A(12; -4)$ ,  $B(-3; -4)$ ,  $C(-12; 8)$ ,  $D(12; 4)$ .

**גיאומטריה:**



1. בטרפז ABCD ( $AB \parallel DC$ ) האלכסונים נחתכים בנקודה O. הנקודה E נמצאת על הבסיס DC כך שהקטע EO מקביל לשוק BC.  
א. הוכיחו:  $\triangle DBC \sim \triangle DOE$ .  
ב. הוכיחו:  $\frac{DO}{OB} = \frac{DE}{EC}$ .  
ג. נתון:  $DE = 6$  ס"מ,  $EC = 3$  ס"מ. חשבו את אורך הבסיס AB.

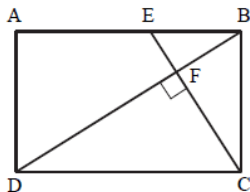
**פתרון:** ב. הדרכה: הוכיחו תחילה  $\triangle ABO \sim \triangle CDO$  והסתמכו על סעיף א'(2). התשובה: 4.5 ס"מ.



2. PQ הוא קטע אמצעים במשולש ABC. AD הוא גובה לצלע BC. הקטעים AD ו-PQ נחתכים בנקודה H.  
א. הוכיחו:  $AH = HD$ . ראו הדרכה בתשובות.  
ב. הסבירו מדוע AH הוא גובה במשולש APQ.  
ג. הוכיחו: שטח המשולש ABC גדול פי 4 משטח המשולש APQ.

מצוינות • ערליה • חררה

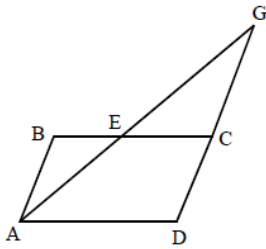
**פתרון:** א. הדרכה: התבוננו במשולש BOC. ג. הדרכה: סמנו  $AH = x$ ,  $PQ = y$ , והביעו את שטחי המשולשים ABC ו-APQ על ידי  $x$  ו- $y$ .



3. במלבן ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AB. נתון:  $CE \perp DB$ . F היא נקודת הפגישה של CE עם DB.  
א. הוכיחו:  $\triangle DCB \sim \triangle CBE$ .  
ב. הוכיחו בעזרת סעיף א':  $BC^2 = DC \cdot BE$ .  
ג. נתון:  $BE = 9$  מ"מ,  $BC = 12$  מ"מ. חשבו את אורך האלכסון DB.

**פתרון:** ג. 20 מ"מ.

4. במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע BC,

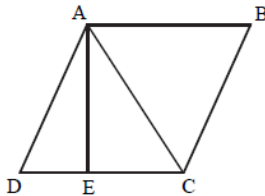


כך ש-  $\frac{BE}{CE} = \frac{2}{3}$ . שטח המשולש GEC הוא 18 סמ"ר.

- הוכיחו:  $\triangle AEB \sim \triangle GEC$ .
- חשבו את שטח המשולש AEB.
- הוכיחו:  $\triangle GAD \sim \triangle GEC$ .
- חשבו את שטח המשולש GAD.
- חשבו את שטח המקבילית ABCD.

**פתרון:** ב. 8 סמ"ר. ד. 50 סמ"ר. ה. 40 סמ"ר.

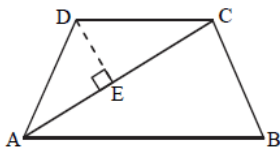
### טריגונומטריה:



1. נתון מעוין ABCD.

- גובה המעוין, AE, שווה ל-12 ס"מ. אלכסון המעוין, AC, יוצר זווית בת  $35^\circ$  עם הגובה AE.
- חשבו את הזווית ACD ואת הזווית DAE.
- חשבו את אורך הצלע של המעוין.
- חשבו את שטח המעוין ABCD.

**פתרון:** א.  $\angle ACD = 55^\circ$ ,  $\angle DAE = 20^\circ$ . ב. 12.77 ס"מ. ג. 153.24 סמ"ר.



2. בטרפז שווה-שוקיים ABCD ( $AB \parallel DC$ )

- השוק AD שווה לבסיס הקטן DC.
- נתון:  $AC = 20$  ס"מ,  $\angle CAB = 37^\circ$ .
- מצאו את זווית המשולש ADC.
- חשבו את אורך השוק AD.
- חשבו את שטח הטרפז.

**פתרון:** א.  $74^\circ, 106^\circ, 74^\circ, 106^\circ$ . ב. 12.52 ס"מ. ג. 192.2 סמ"ר.

3. במשולש שווה-שוקיים היקף המשולש גדול פי 3.6 מבסיס המשולש.

- א. סמנו ב-x את בסיס המשולש והביעו על ידי x את שוק המשולש.
- ב. מצאו את זווית הבסיס של המשולש.

**פתרון:** א.  $1.3x$ . ב.  $67.38^\circ$ .

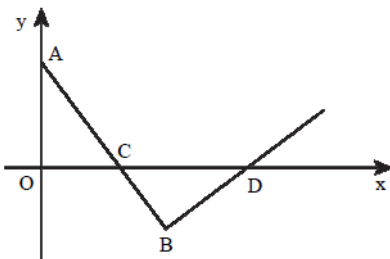
4. חשבון על פי הסעיפים הבאים, את הזווית החדה של מעוץ שבו אורך אלכסון אחד גדול פי 3 מאורך האלכסון השני:
- סרטטו מעוץ שבו אורך האלכסון הגדול, גדול (בערך) פי 3 מאורך האלכסון הקטן.
  - סמנו ב-  $2a$  את אורך האלכסון הקטן והביעו באמצעות  $a$  את אורך האלכסון הגדול.
  - היעזרו באחד מ-4 המשולשים ישרי הזווית שמתקבלים על ידי האלכסונים (במשולשים אלו אורכי הניצבים הם  $a$  ו-  $3a$ ) ומצאו את הזווית  $\alpha$ . (הזווית החדה הקטנה של משולש הנייל).
  - מצאו את הזווית החדה של המעוץ.

פתרון: ב.  $6a$ .

ג.  $18.435^\circ$ .

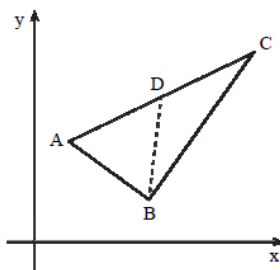
ד.  $36.87^\circ$ .

**שאלות משולבות מגיאומטריה אנליטית, גיאומטריה וטריגונומטריה:**



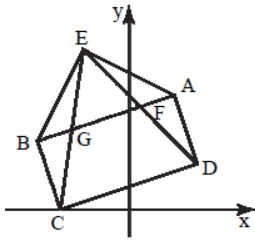
1. בציור נתונות הנקודות  $A(0;4)$ ,  $B(4.8;-2.4)$ .
- הישר  $AB$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $C$ .  
א. מצאו את שיעורי הנקודה  $C$ .  
ב. הוכיחו:  $OC = BC$ .
  - בנקודה  $B$  העבירו אנך לישר  $AB$ .  
האנך חותך את ציר ה- $x$  בנקודה  $D$ .  
הוכיחו:  $\triangle AOC \cong \triangle DBC$ .
  - מהם שיעורי הנקודה  $D$ ?
  - ה. עידו טוען ללא חישובים נוספים אפשר לדעת כי  $S_{\triangle AOC} = S_{\triangle DBC}$ . האם הוא צודק? נמקו.

פתרון: א.  $C(3;0)$ . ד.  $D(8;0)$ . ה. כן, משולשים חופפים הם שווי שטח.

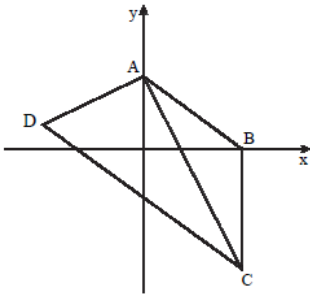


2. במשולש  $ABC$  נתון:  $A(1;4)$ ,  $B(5;1)$ ,  $C(11;9)$ .
- הוכיחו שהמשולש הוא ישר זווית.
  - הנקודה  $D$  נמצאת על הצלע  $AC$ , כך שמתקיים:  $AD = BD$ .
  - הוכיחו:  $AD = DC$ . הדרכה: סמנו  $\angle A = \alpha$ .
  - הסבירו מדוע:  $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle CBD}$ .
  - אין צורך לחשב את השטחים.

פתרון: א. נ.

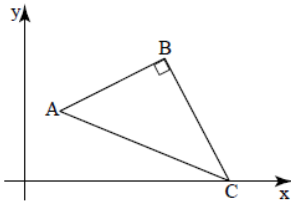


3. במרובע ABCD נתון:  $A(2;5)$ ,  $B(-4;3)$ ,  $C(-3;0)$ ,  $D(3;2)$ .
- הראו שהמרובע ABCD הוא מלבן.
  - הנקודה  $E(-2;7)$  נמצאת מחוץ למלבן. הראו ש-  $AE = BE$ .
  - הוכיחו:  $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ .
  - הוכיחו:  $\angle AEG = \angle BEF$ .



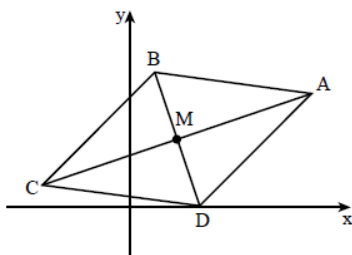
4. המרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel DC$ ).
- AC חוצה את הזווית BCD.
  - הראו כי  $AB = BC$ .
  - נתון:  $A(0;3)$ ,  $B(4;0)$ . חשבו את אורך הקטע BC.
  - הקטע BC מאונך לציר ה-x. מצאו את משוואת האלכסון AC.

פתרון: ב. 5. ג.  $y = -2x + 3$ .



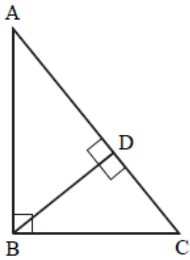
5. המשולש ABC הוא ישר-זווית ( $\angle ABC = 90^\circ$ ).
- נתון:  $A(4;8)$ ,  $B(16;14)$ , והקדקוד C נמצא על ציר ה-x.
- מצאו את משוואת הניצב BC ואת שיעורי הקדקוד C.
  - מהם אורכי הצלעות BC ו-AC?
  - חשבו את זוויותיו החדות של המשולש ABC.

פתרון: א.  $C(23;0)$ ,  $y = -2x + 46$ . ב.  $7\sqrt{5} = 15.65$ ,  $5\sqrt{17} = 20.62$ . ג.  $49.37^\circ$ ,  $40.63^\circ$ .



6. לפניכם מעוין ABCD.
- אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה M. נתון:  $A(8;5)$ ,  $C(-4;1)$ .
  - מצאו את משוואת האלכסון BD.
  - נתון שהנקודה D נמצאת על ציר ה-x. מצא את שיעורי הנקודות D ו-B.
  - חשבו את זוויותיו של המעוין.

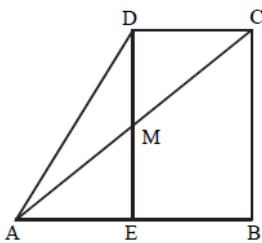
פתרון: א.  $y = -3x + 9$ . ב.  $B(1;6)$ ,  $D(3;0)$ . ג.  $126.87^\circ$ ,  $53.13^\circ$ ,  $126.87^\circ$ ,  $53.13^\circ$ .



7. המשולש ABC הוא ישר-זווית ( $\angle ABC = 90^\circ$ ).

- . BD הוא הגובה ליתר AC
- א. הוכיחו:  $\triangle ABC \sim \triangle ADB$
- ב. הוכיחו:  $AB^2 = AD \cdot AC$
- ג. נתון:  $AD:DC = 16:9$
- חשבו את הזווית A
- הדרכה: סמנו  $AD = 16x$

פתרון: ג.  $36.87^\circ$



8. ABCD הוא טרפז ישר זווית ( $\angle B = 90^\circ$ ). האלכסון AC

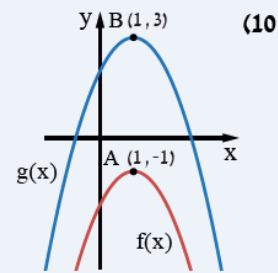
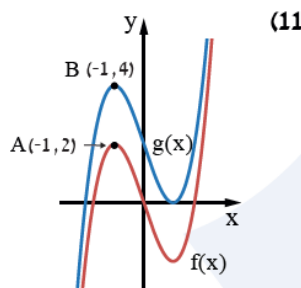
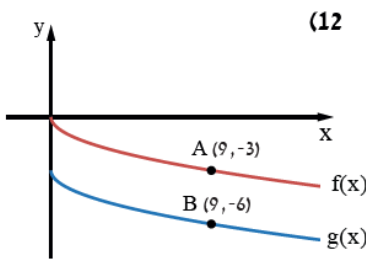
- חותך את גובה הטרפז DE בנקודה M
- נתון:  $DM = ME$
- א. הוכיחו:  $\triangle CDM \cong \triangle AEM$
- ב. הוכיחו: המרובע DCBE הוא מלבן
- ג. הוכיחו:  $AE = BE$
- ד. נתון:  $\angle BAC = 40^\circ$ ,  $BE = 4$

(1) חשבו את גובה הטרפז. (2) חשבו את אורך השוק AD.

פתרון: ד. (1) 6.713 ס"מ. (2) 7.814 ס"מ.

**אנליזה:**

1. בכל אחד מהצירים שלפניכם (תרגילים 10 – 12) מוצגים הגרפים של שתי פונקציות:  $f(x)$  (בקו אדום) ו-  $g(x)$  (בקו כחול). גרף הפונקציה  $g(x)$  מתקבל מגרף הפונקציה  $f(x)$  על ידי הזזה אנכית.



על גרף הפונקציה  $f(x)$  מסומנת נקודה A ועל גרף הפונקציה  $g(x)$  מסומנת נקודה B.

ענו על הסעיפים הבאים לגבי כל אחד מהצירים.

א) הסבירו מדוע הקטע AB מאונך לציר ה-x.

ב) מצאו את אורך הקטע AB.

ג) הביעו את הפונקציה  $g(x)$  באמצעות הפונקציה  $f(x)$ .

**פתרון:** (10) א) **ההסבר:** שיעור ה- $x$  של הנקודה A שווה לשיעור ה- $x$  של הנקודה ולכן הקטע AB מאונך לציר ה- $x$ .

ב)  $AB = 4$  . א)  $g(x) = f(x) + 4$

(11) א) ראו הסבר בתשובה לסעיף א' של תרגיל 3.

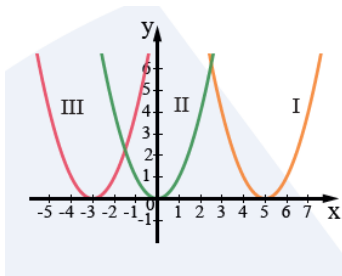
ב)  $AB = 2$

ג)  $g(x) = f(x) + 2$

(12) א. ראו הסבר בתשובה לסעיף א' של תרגיל 3.

ב)  $AB = 3$

ג)  $g(x) = f(x) - 3$



2. במערכת הצירים שמשמאל מתוארים הגרפים של הפונקציות הבאות:

(1)  $f(x) = x^2$

(2)  $g(x) = x^2 + 6x + 9$

(3)  $h(x) = x^2 - 10x + 25$

א. התאימו את כל אחת מהפונקציות הנ"ל לגרף המתאר אותה.

ב. מצאו כמה נקודות חיתוך יש לישר  $x = 5$  עם כל אחת מ-3 הפונקציות הנ"ל.

**פתרון:** א. גרף I:  $f(x)$ , גרף II:  $g(x)$ , גרף III:  $h(x)$ .

ב. לישר  $x = 5$  יש נקודת חיתוך אחת (בלבד) עם כל אחת מ-3 הפונקציות הנ"ל.

בית חינוך תיכון ע"ש חיים

3. נתונה הפונקציה  $f(x) = -x^3 + 8x^2 - 16x$ .

א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.

(3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.

ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x+3)$ .

(1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה  $f(x)$ , כדי לקבל את הגרף של  $g(x)$ ?

(2) מהן שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ?

(3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ד. (1) לאילו ערכים של  $k$ , יש למשוואה  $f(x) = k$  שני פתרונות?

(2) לאילו ערכים של  $k$ , יש למשוואה  $g(x) = k$  שני פתרונות?

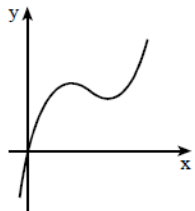
**פתרון:** א. (1) כל  $x$ . (2)  $(\frac{1}{3}; -9\frac{13}{27})$  מינימום,  $(4; 0)$  מקסימום.

(3) עלייה:  $1\frac{1}{3} < x < 4$ , ירידה:  $x > 4$  או  $x < 1\frac{1}{3}$ . (4)  $(0; 0)$ ,  $(4; 0)$ .



4. הפונקציה  $f(x) = 2x^3 - mx^2 + 12x$  מקיימת:  $f'(3) = 12$ .

- מצאו את  $m$ .
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.



פתרון:

ד.

- $m = 9$ .
- $(0; 0)$ .
- $(1; 5)$  מקסימום,
- $(2; 4)$  מינימום.

5. נתונה הפונקציה  $f(x) = ax^3 + bx$ . נתון שהפונקציה  $f(x)$  מקיימת:

- גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר בנקודה  $(2, 6)$ .
  - גרף הפונקציה הנגזרת  $f'(x)$  עובר בנקודה  $(-2, 11)$ .
- מצאו את  $a$  ו- $b$  על פי הסעיפים הבאים:
- מצאו על פי נתון (1) משוואה ראשונה המקשרת בין  $a$  ל- $b$  כנעלמים.
  - מצאו על פי נתון (2) משוואה שנייה המקשרת בין  $a$  ל- $b$  כנעלמים.
  - (1) פתרו את המערכת של שתי המשוואות עם שני הנעלמים  $a$  ו- $b$  ומצאו את  $a$  ו- $b$ .
  - (2) מצאו את הפונקציה  $f(x)$ .

פתרון:

א.  $8a + 2b = 6$

ב.  $12a + b = 11$

ג. (1)  $a = 1$ ,  $b = -1$  (2)  $f(x) = x^3 - x$

6. לפונקציה  $f(x) = x^3 + bx^2 + 9x + c$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה  $x = 1$ .

- מצאו את  $b$  וקבעו את סוג נקודת הקיצון.
- נתון:  $f(3) = 2$ . מצאו את  $c$ .
- מצאו את שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון שבסעיף א'.
- מצאו את נקודת הקיצון השנייה של הפונקציה וקבעו את סוג הקיצון.

פתרון: א.  $(-2, -3)$ .

7. הפונקציה  $f(x) = x^2 - 6x + 5$  מוגדרת בקטע הסגור  $[0, 4]$ .

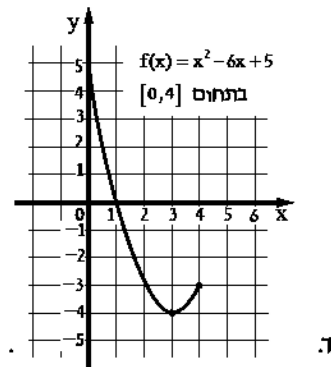
- מצאו את הנקודה שבה הנגזרת מתאפסת וקבעו אם היא נקודת מינימום או מקסימום.
- חשבו את ערכי הפונקציה בנקודות הקצה של הקטע הנ"ל.
- רשמו את נקודות הקיצון המקומיות והמוחלטות של הפונקציה.
- שרטטו, על נייר משבצות, סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בקטע הסגור  $[0, 4]$  וסמנו על הגרף את הנקודות שמצאתם בסעיף ג'.

פתרון:

א.  $(3, -4)$  מינימום.

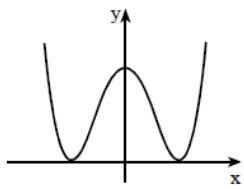
ב.  $5, -3$ .

ג.  $(0, 5)$  מקסימום מקומי ומוחלט,  $(3, -4)$  מינימום מקומי ומוחלט,  $(4, -3)$  מקסימום מקומי שאינו מוחלט.



8. נתונה פונקציה  $f(x) = (x^2 - 1)^2$ .

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- הוכיחו שהפונקציה היא **פונקציה זוגית**.
- מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- הסבר מדוע הפונקציה היא אי שלילית לכל  $x$ .
- ח. מצאו את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה  $g(x)$ , המקיימת  $g(x) = f(x) - 6$ .
- כמה נקודות אפס יש לפונקציה  $g(x)$ ?



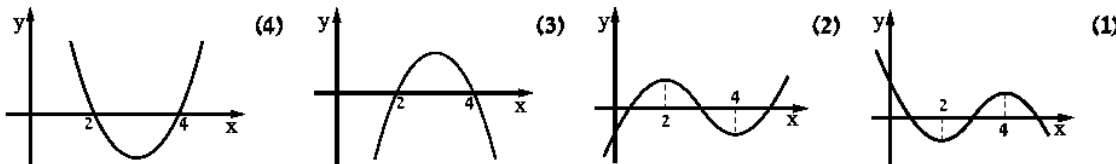
1.

פתרון:

- א. כל  $x$ .  
 ג. מקסימום, (0;1), מינימום, (1;0), מינימום, (-1;0).  
 ד. עלייה:  $x > 1$  או  $-1 < x < 0$  ירידה:  $0 < x < 1$  או  $x < -1$ .  
 ה. (0;1), (1;0), (-1;0).  
 ח. (1) (0;-5) מקסימום, (1;-6) מינימום, (-1;-6) מינימום.  
 (2) שתי נקודות.

9. לפונקציה גזירה  $f(x)$  יש שתי נקודות קיצון בלבד והן: מינימום בנקודה  $x=2$  ומקסימום בנקודה  $x=4$ .  
 (הערה: כדאי לסרטט בצורה כללית את הגרף של  $f(x)$ .)

א. קבעו איזה מהגרפים הבאים יכול לתאר את גרף הנגזרת  $f'(x)$ : (נמקו)



ב. נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x)$ . איזה גרף מבין הגרפים הנ"ל יכול לתאר את גרף הנגזרת  $g'(x)$ ? נמקו.

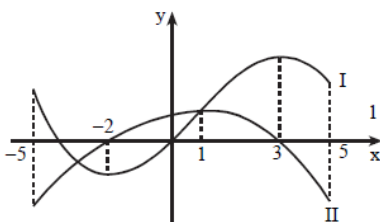
פתרון: א. (3) ב. (4)

הרצוג

10. בציר שלפניך מתוארים, הגרפים I ו-II בתחום  $-5 \leq x \leq 5$ .

אחד הגרפים הוא של הפונקציה  $f(x)$ , והאחר של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

- א. איזה מהגרפים הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ?  
 ב. מצאו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  (כולל נקודות קצות התחום), וקבעו את סוג הקיצון.



1

פתרון:

- א. גרף I הוא של  $f(x)$ .  
 הסבר אפשרי: כאשר גרף I עולה, אז גרף II הוא חיובי, וכאשר גרף I יורד, אז גרף II הוא שלילי.  
 ב.  $x=5$  מינימום,  $x=3$  מקסימום,  $x=-2$  מינימום,  $x=-5$  מקסימום.

11. בציור מתואר גרף הנגזרת  $f'(x)$  של פונקציה  $f(x)$ .

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של  $f(x)$ .

ב. נתון:  $f(0) = 0$ .

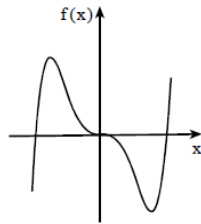
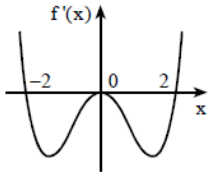
שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. לגרף הפונקציה  $f(x)$  העבירו משיקים המקבילים לציר ה- $x$ .

מהם שיעורי ה- $x$  של נקודות ההשקה של המשיקים האלה?

ד. נתון גם כי משוואת הפונקציה  $f(x)$  היא  $f(x) = 3x^5 - 20x^3$ .

מצאו את משוואות המשיקים שבסעיף ג'.



פתרון: א. עלייה:  $x < -2$  או  $x > 2$ , ירידה:  $-2 < x < 2$ .

ג.  $x = -2, x = 0, x = 2$ .

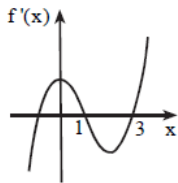
ד.  $y = -64, y = 64, y = 0$ .

12. לפונקציה  $f(x)$  יש שתי נקודות קיצון בלבד – נקודת מקסימום ב- $x = 1$  ונקודת מינימום ב- $x = 3$ .

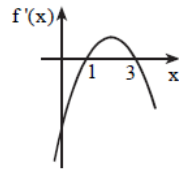
נתון שהנגזרת  $f'(x)$  מתאפסת פעמיים בלבד.

א. עבור אילו ערכי  $x$  מתקיים: (1)  $f'(x) = 0$ , (2)  $f'(x) > 0$ , (3)  $f'(x) < 0$ .

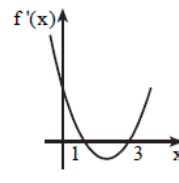
ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את הגרף של  $f'(x)$ , הנגזרת של  $f(x)$ ?



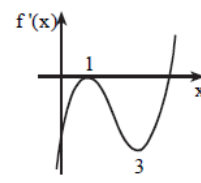
גרף 1



גרף 2



גרף 3



גרף 4

פתרון: א. (1)  $x = 1, x = 3$ , (2)  $x > 3$  או  $x < 1$ , (3)  $1 < x < 3$ . ב. גרף 3.