תלמידים יקרים,

מצורפת עבודת הכנה במתמטיקה לקראת כיתה י׳ רמה 4-5 יח״ל.

מטרת העבודה הינה להיערך וליישר קו מבחינת הידע הנדרש לתחילת שנת הלימודים במתמטיקה בתיכון לשנה מוצלחת.

מצורפות 5 יחידות תרגול, 4 היחידות הראשונות מיועדות לרמה 4-5 יח״ל ויחידה מס׳ 5 מיועדת לתלמידי 5 יח״ל בלבד.

את העבודה נדרש להגיש בתחילת השנה באופן מסודר בצירוף שם מלא, הקפדה על כתב ברור וקריא, רישום מספרי התרגילים והסעיפים וריכוז כל העבודה בניילונית/קלסר/מנילה.

בהצלחה ולהתראות בשנה הבאה,

צוות מתמטיקה תיכון הרצוג

בית חינוך תיכון ע״ש חיים הרצוג רח׳ אז״ר 49 כפר-סבא 44214 ת.ד 725
טל׳: 09-7678220-1/3 • פקס: 09-7678224 • ksherztog@gmail.com

<u>יחידה 1- טכניקה אלגברית</u>

<u>פירוק לגורמים:</u>

1. פירוק על ידי הוצאת גורם משותף

פרק לגורמים את התבניות הבאות:

א. $6a^2+12ab$ ב. $8x^3-12x^2$

ג. $-3b^2-6b-9$ ד. $5(m-6)+x(m-6)$

2. נוסחאות הכפל המקוצר

הנוסחה: $\mathbf{a^2-b^2=(a-b)(a+b)}$

פרק לגורמים את התבניות הבאות:

א. k^2-16 ב. $9x^2-25$ ג. $2x^4-18x^2$

הנוסחאות:

$$\mathbf{a^2+2ab+b^2=(a+b)^2}$$
$$\mathbf{a^2-2ab+b^2=(a-b)^2}$$

פרק לגורמים את התבניות הבאות:

ד. $x^2+10x+25$ ה. $4p^2-12p+9$ ו. $-2m^3+8m^2-8m$

3. טרינום :

דוגמה :

פרק לגורמים את התבנית $5x^2+2x-3$.

פתרון :

נפתור את המשוואה הריבועית $5x^2+2x-3=0$.

פתרונות המשוואה הם $x_1=\frac{3}{5}$, $x_2=-1$. המקדם של x^2 הוא $a=5$.

נציב בכלל של פירוק הטרינום ונקבל : $5x^2+2x-3=5(x-\frac{3}{5})(x+1)$.

ניתן לכפול את המספר 5 בביטוי $(x-\frac{3}{5})$ ולקבל $(5x-3)$,

כך שהפירוק הסופי הוא : $5x^2+2x-3=5(x-\frac{3}{5})(x+1)=(5x-3)(x+1)$.

<u>פרק לגורמים את הביטויים הבאים :</u>

א. $2a^2+24a+72$

ב. $-49a^2-42ab-9b^2$

ג. $2b^2-6b+8$

ד. $-3b^4+48b^3-180b^2$

ה. $a^2b^2-2abxy+x^2y^2$

ו. $3x^2+12x-36$

4. <u>פעולות בשברים אלגבריים :</u>

<u>תרגול- צמצום שברים :</u>

א. $\frac{xy+3}{x^2y^2-9}$

ב. $\frac{b^3-b}{b^3-2b^2+b}$

ג. $\frac{a^2+10a+21}{9-a^2}$

5. <u>כפל וחילוק שברים אלגבריים</u>

תרגול - פישטו את הביטויים (רשמו תחום הצבה)

א. $\frac{a^2-5a-6}{a^2-1}\cdot\frac{5a-5}{4a-24}$

ב. $\frac{9a^2-4}{3a}:\frac{6a+4}{8a}$

ג. $\frac{6}{3a-15}:\frac{8}{a^2-5a}$

6. תרגול – פתרו את המשוואות (רשמו תחום הצבה):

א. $\frac{5}{x^2-4x}+\frac{45}{x^2+4x}=\frac{18}{x^2-16}$

ב. $\frac{10}{9x^2-4}-\frac{1+x}{4-6x}=\frac{11x+4}{3x+2}$

ג. $\frac{2}{x^2+6x+9}=\frac{3}{x^2-9}$

ד. $\frac{5}{x+3}+\frac{8}{x+6}=\frac{80}{x^2+9x+18}$

ה. $\frac{8}{x^2-3x-10}+1=\frac{8}{x+2}-\frac{1}{5-x}$

7. <u>מערכת משוואות בשני נעלמים :</u>

תרגול-פתרו את מערכת המשוואות הבאות :

א . $$\begin{cases} 6y - 5x = 20 \\ xy = 80 \end{cases}$$

ב . $$\begin{cases} x^2 + xy = 24 \\ y - x = 2 \end{cases}$$

ג . $$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = 3 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

ד. $$\begin{cases} 5x - \frac{8}{y} = 13 \\ 2x + \frac{4}{y} = 7 \end{cases}$$

תשובות:

.1		.6	
א	$6a(a+2b)$	א	$x \neq -4,0,4 \quad x = 5$
ב	$4x^2(2x-3)$	ב	$x \neq \pm\frac{2}{3} \qquad x_1 = 1\ ,\ x_2 = \frac{-38}{63}$
ג	$-3(b^2+2b+3)$	ג	$x \neq \pm 3 \qquad x = -15$
ד	$(m-6)(5+x)$	ד	$x \neq -3\ ,-6 \qquad x = 2$
.2		ה	$x \neq -2{,}5 \qquad x = 6$
א	$(k-4)(k+4)$	.7	
ב	$(3x-5)(3x+5)$	א	$(8{,}10)$ או $\left(-12, -6\frac{2}{3}\right)$
ג	$2x^2(x-3)(x+3)$	ב	$(-4,-2)$ או $(3{,}5)$
ד	$(x+5)^2$	ג	$(4{,}2)$ או $\left(\frac{1}{3}, -1\frac{2}{3}\right)$ $x \neq 0 \quad y \neq 0$
ה	$(2P-3)^2$	ד	$(3{,}4) \quad y \neq 0$
ו	$-2m(m-2)^2$		
.3			
א	$2(a+6)^2$		
ב	$-(7a+3b)^2$		
ג	אין		
ד	$-3b^2(b-10)(b-6)$		
ה	$(ab-xy)^2$		
ו	$3(x+6)(x-2)$		
.4			
א	$xy \neq \pm 3 \qquad \frac{1}{xy-3}$		
ב	$b \neq 0{,}1 \qquad \frac{1}{b-1}$		
ג	$a \neq \pm 3 \qquad \frac{a+7}{3-a}$		
.5			
א	$a \neq -1{,}1{,}6 \qquad \frac{5}{4}$		
ב	$a \neq -\frac{2}{3}, 0 \qquad \frac{4(3a-2)}{3}$		
ג	$, a \neq 5{,}0 \qquad \frac{a}{4}$		

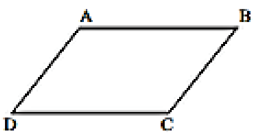
יחידה 2- גיאומטריה

סקירת ידע קודם-משולשים : ישרים מקבילים , חפיפת משולשים, משולש שווה שוקיים (גובה, תיכון וחוצה זווית), משולש שווה צלעות, משולש ישר זווית (משפט התיכון ליתר במשולש $90^\circ, 60^\circ, 30^\circ$)

מרובעים :

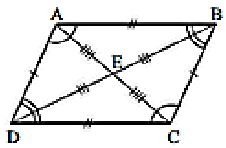
מקבילית

הגדרה : מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות נגדיות המקבילות זו לזו נקרא מקבילית.



למשל, בציור מתוארת מקבילית ABCD
ומתקיים : $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.

תכונות המקבילית



(1) כל שתי צלעות נגדיות במקבילית שוות זו לזו ($AB = DC$, $AD = BC$).
(2) כל שתי זוויות סמוכות במקבילית משלימות זו את זו ל- 180° (למשל, $\sphericalangle ABC + \sphericalangle BCD = 180^\circ$, $\sphericalangle BAD + \sphericalangle ADC = 180^\circ$).
(3) כל שתי זוויות נגדיות במקבילית שוות זו לזו ($\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$).
(4) האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה ($AE = CE$, $BE = DE$).

הוכחת מקבילית

כדי להוכיח שמרובע הוא מקבילית נפעל באחת הדרכים הבאות :

א. נוכיח שיש במרובע שני זוגות של צלעות נגדיות המקבילות זו לזו.
דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרת המקבילית.

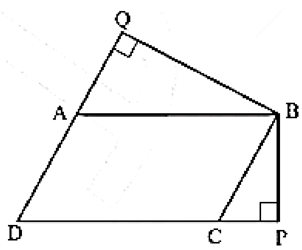
ב. נוכיח שיש במרובע שני זוגות של צלעות נגדיות השוות זו לזו.
דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט : **מרובע שבו יש שני זוגות של צלעות נגדיות שוות זו לזו הוא מקבילית.**

ג. נוכיח שיש במרובע זוג צלעות נגדיות שהן שוות וגם מקבילות.
דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט : **מרובע שבו יש זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות ושוות הוא מקבילית.**

ד. נוכיח שיש במרובע שני זוגות של זוויות נגדיות השוות זו לזו.
דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט : **מרובע שבו יש שני זוגות של זוויות נגדיות השוות זו לזו הוא מקבילית.**

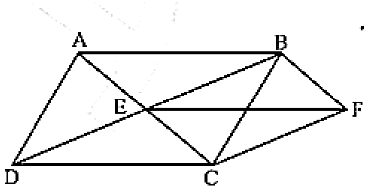
ה. נוכיח שאלכסוני המרובע חוצים זה את זה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט : **מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.**

1. המרובע ABCD הוא מקבילית.
נתון : $BP \perp DP$, $BQ \perp DQ$.
א. הוכח : $\sphericalangle BCD = \sphericalangle PBQ$.
ב. נתון : $\sphericalangle ABC = 2\sphericalangle ABQ$.
חשב את $\sphericalangle BAD$.



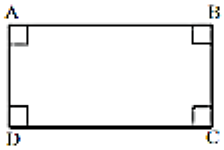
תשובה : ב. 120° .

2. המרובעים DCFE ו- ABFE הם מקבילות.
א. הוכח: המרובע ABCD הוא מקבילית.
ב. הוכח: המרובע EBFC הוא מקבילית.



מלבן

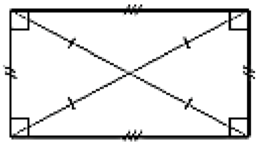
הגדרה: מרובע שכל זוויותיו ישרות נקרא מלבן.



למשל, בציור מתואר מלבן ABCD

ולכן מתקיים: $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$.

תכונות המלבן



(1) כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו ומקבילות זו לזו.

(2) כל אחת מזוויות המלבן היא בת 90°.

(3) האלכסונים חוצים זה את זה ושווים זה לזה.

(4) אלכסוני המלבן יוצרים ארבעה משולשים שווי-שוקיים.

הוכחת מלבן

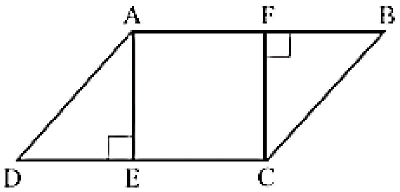
כדי להוכיח שמרובע הוא מלבן נפעל באחת הדרכים הבאות:

א. נוכיח שכל זוויות המרובע הן ישרות. דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרות מלבן.

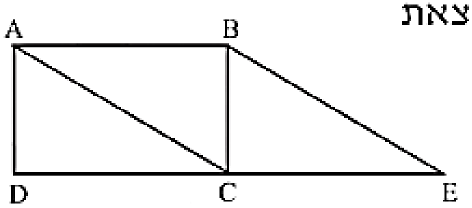
ב. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שאחת מזוויות המרובע היא ישרה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מקבילית בעלת זווית אחת ישרה היא מלבן.

ג. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע שווים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.

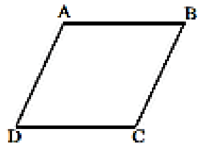
3. המרובע ABCD הוא מקבילית.
AE ו- CF הם גבהים במקבילית.
הוכח: המרובע AECF הוא מלבן.



4. המרובע ABCD הוא מלבן. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC. נתון: $BE \parallel AC$.
א. הוכח: המרובע ABEC הוא מקבילית.
ב. הוכח: BC חוצה את הזווית DBE.

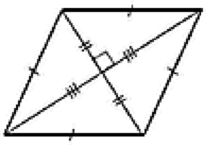


מעוין



הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות נקרא מעוין.
למשל, בציור מתואר מעוין ABCD
ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$.

תכונות המעוין

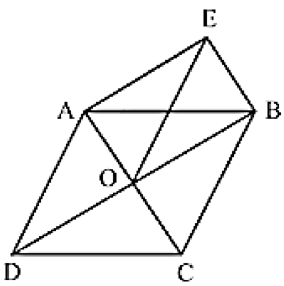


(1) כל צלעות המעוין שוות זו לזו.
(2) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
(3) כל שתי זוויות נגדיות שוות זו לזו
וכל שתי זוויות סמוכות משלימות
זו את זו ל- $180°$.
(4) האלכסונים חוצים זה את זה, מאונכים
זה לזה וחוצים את זוויות המעוין.

הוכחת מעוין

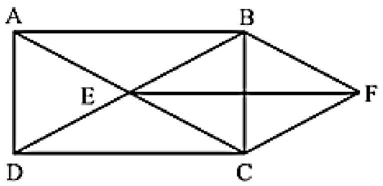
כדי להוכיח שמרובע הוא מעוין נפעל באחת הדרכים הבאות:
א. נוכיח שכל צלעות המרובע שוות זו לזו.
דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרת המעוין.
ב. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שיש במרובע שתי
צלעות סמוכות שוות. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מקבילית בעלת שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.
ג. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע
מאונכים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
ד. נוכיח שהמרובע הוא מקבילית, ובנוסף נוכיח שיש במרובע אלכסון
החוצה את אחת מזוויות המרובע. דרך הוכחה זו מתבססת על
המשפט: **מקבילית שבה האלכסון הוא חוצה-זווית היא מעוין.**

שים לב! בדרך ההוכחה המפורטת בסעיף א' הוכחנו מעוין לפי ההגדרה שלו. בדרכים ב', ג' ו-ד' הוכחנו תחילה שהמרובע הוא מקבילית ובנוסף הוכחנו שבמרובע קיימת תכונה של מעוין שאין במקבילית.



5. אלכסוני המעוין ABCD נפגשים בנקודה O .
המרובע BCOE הוא מקבילית.
א. הוכח: המרובע ADOE הוא מקבילית.
ב. הוכח: המרובע AOBE הוא מלבן.

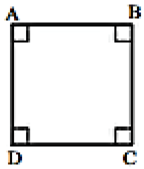
6. המרובע ABCD הוא מלבן.
הנקודה F נמצאת מחוץ למלבן
כך שהמרובע DCFE הוא מקבילית.
א. הוכח: המרובע CEBF הוא מעוין.
ב. הוכח: $AC = 2CF$.



ריבוע

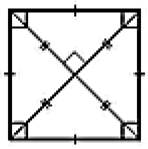
הגדרה: מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו ישרות נקרא ריבוע.

למשל, בציור מתואר ריבוע ABCD
ולכן מתקיים: $AB = BC = CD = DA$,
$\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$.



תכונות הריבוע

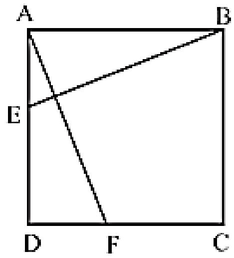
(1) כל צלעות הריבוע שוות זו לזו.
(2) כל אחת מזוויות הריבוע היא בת 90° .
(3) כל שתי צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
(4) אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה, מאונכים זה לזה, שווים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.



הוכחת ריבוע

כדי להוכיח שמרובע הוא ריבוע נפעל באחת הדרכים הבאות:
א. נוכיח שכל צלעות המרובע שוות זו לזו ושכל אחת מזוויות המרובע היא בת 90° . דרך הוכחה זו מתבססת על הגדרת הריבוע.
ב. נוכיח שהמרובע הוא מלבן, ובנוסף נוכיח שיש במרובע שתי צלעות סמוכות שוות. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מלבן שבו שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.
ג. נוכיח שהמרובע הוא מלבן, ובנוסף נוכיח אלכסון החוצה את אחת מזוויות המרובע. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מלבן שבו האלכסון הוא חוצה-זווית הוא ריבוע.
ד. נוכיח שהמרובע הוא מלבן, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע מאונכים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מלבן שבו האלכסונים מאונכים זה לזה הוא ריבוע.
ה. נוכיח שהמרובע הוא מעוין, ובנוסף נוכיח שאחת מזוויות המרובע היא ישרה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מעוין שאחת מזוויותיו היא ישרה הוא ריבוע.
ו. נוכיח שהמרובע הוא מעוין, ובנוסף נוכיח שאלכסוני המרובע שווים זה לזה. דרך הוכחה זו מתבססת על המשפט:
מעוין שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא ריבוע.

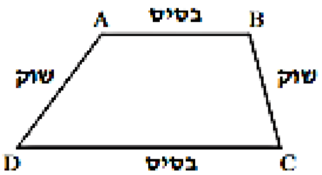
7. בריבוע $ABCD$, הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AD ו-DC בהתאמה. נתון: $AF \perp BE$.
א. הוכח: $AF = BE$.
ב. הוכח: $DE + DF = BC$.



טרפז

מרובע שיש בו זוג אחד של צלעות נגדיות מקבילות וזוג אחד של צלעות נגדיות שאינן מקבילות, נקרא טרפז.

שתי הצלעות הנגדיות המקבילות (AB ו-DC) נקראות בסיסי הטרפז.
שתי הצלעות הנגדיות שאינן מקבילות (AD ו-BC) נקראות שוקי הטרפז.

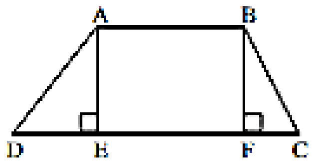


הערות:

א. סכום הזוויות שליד כל שוק בטרפז שווה ל- 180°,
כלומר $\sphericalangle A + \sphericalangle D = 180^\circ$, $\sphericalangle B + \sphericalangle C = 180^\circ$
(לפי המשפט: זוויות חד-צדדיות בין ישרים מקבילים משלימות זו את זו ל- 180°).

ב. בסיסי הטרפז שונים באורכם.

ג. גובה הטרפז הוא קטע המחבר את שני בסיסי הטרפז ומאונך להם.
למשל, בציור שמשמאל, הקטעים AE ו-BF הם גבהים בטרפז.
שים לב: בין שני הגבהים של הטרפז לבין בסיסיו נוצר מלבן $ABFE$.

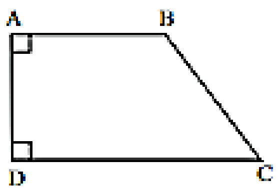


טרפז ישר-זווית

טרפז שבו זווית אחת היא זווית ישרה נקרא טרפז ישר-זווית.

הערות:

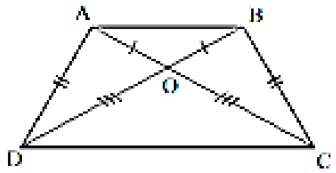
1. מכיוון שבסיסי הטרפז מקבילים זה לזה, הרי נקבל שבטרפז ישר זווית שתי הזוויות שליד השוק הקצרה הן זוויות ישרות ($\sphericalangle A = \sphericalangle D = 90^\circ$).
2. השוק הקצרה בטרפז (השוק AD) שווה לגובה הטרפז.



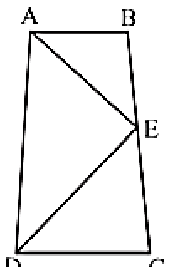
טרפז שווה-שוקיים

טרפז שבו השוקיים שוות זו לזו נקרא טרפז שווה שוקיים.

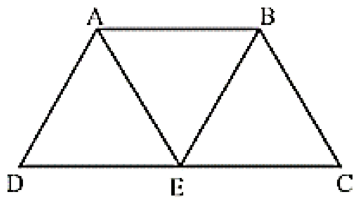
תכונות טרפז שווה-שוקיים:



1. הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו
($\measuredangle BAD = \measuredangle ABC$, $\measuredangle ADC = \measuredangle BCD$).
2. האלכסונים שווים זה לזה ($AC = BD$).
3. האלכסונים חותכים זה את זה,
כך שקטעיהם היוצאים מאותו בסיס
שווים זה לזה ($AO = BO$, $CO = DO$).



8. המרובע $ABCD$ הוא טרפז ($AB \parallel DC$).
הנקודה E נמצאת על השוק BC
כך שמתקיים $AB = BE$, $DC = CE$.
א. הוכח: $AE \perp DE$.
ב. נקודה F נמצאת באמצע השוק AD.
הוכח: $DF = EF$.



9. הנקודה E נמצאת על הבסיס DC
של טרפז $ABCD$ ($AB \parallel DC$).
נתון: $DE = AE = BE = CE$.
הוכח שהטרפז הוא שווה שוקיים.

10. הוכח את המשפט: **בטרפז שווה-שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.**

יחידה 3 א'- פונקציה קווית

משוואת ישר על פי שתי נקודות שעליו:

השיפוע m של ישר העובר בנקודות $(x_1;y_1)$ ו- $(x_2;y_2)$ הוא:

$$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

משוואת ישר העובר דרך הנקודה $(x_1;y_1)$ ושיפועו m היא:

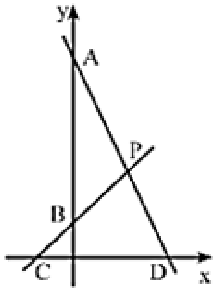
$$y-y_1=m(x-x_1)$$

$$y=mx+b$$

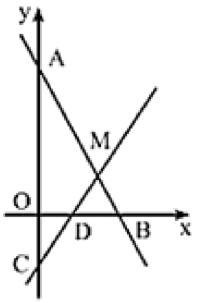
.1 נתון ישר העובר דרך הנקודות $(3;5)$ ו- $(1;1)$.
א. מצא את שיפוע הישר. ב. מצא את משוואת הישר.

.2 מצא את משוואת הישר העובר דרך שתי הנקודות הנתונות:
א. $(3;7)$, $(8;12)$. ב. $(-3;-1)$, $(-5;-7)$. ג. $(8;6)$, $(4;3)$. ד. $(5;6)$, $(-3;6)$.

.3 מצא את נקודת החיתוך של הישר המחבר את הנקודות $A(2;13)$ ו- $B(4;17)$,
עם הישר שמשוואתו $3x-2y+19=0$.



4. בציור מתוארים שני ישרים. ישר AD וישר BC .
משוואת הישר AD היא $y=-2x+18$.
שני הישרים נחתכים בנקודה $P(5;8)$.
נתון כי שטח המשולש PDC הוא 44 יח"ר.
א. מצא את שיעורי הנקודה C .
ב. חשב את שטח המשולש ABP .



5. בציור מתוארים שני ישרים. ישר AB וישר CD .
משוואת הישר CD היא $y=x-3$.
שני הישרים נחתכים בנקודה $M(5;2)$.
נתון כי שטח המשולש AMC הוא 37.5 יח"ר.
א. מצא את שיעורי הנקודה A .
ב. חשב את שטח המרובע AODM .

<u>**ישרים מקבילים:**</u>

6. קבע בכל תרגיל האם שני הישרים הנתונים מקבילים זה לזה.

א. $y=3x+4$
$y=3x-5$

ב. $y=-2x+4$
$y+2x=0$

ג. $2y=3x+3$
$3y=2x-5$

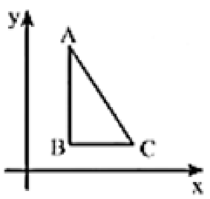
ד. $x+5y=12$
$-2x-10y=13$

7. מצא את משוואת הישר העובר דרך הנקודה $(7;11)$ ומקביל לישר העובר דרך הנקודות $(3;1)$ ו-$(5;5)$.

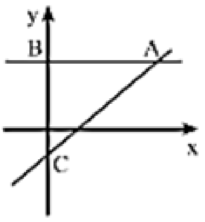
8. במשולש ABC הצלע BC מונחת על הישר $y=5x-13$. נתון: $A(1;6)$. הצלע AC מקבילה לישר $3y-x-4=0$. הצלע AB מקבילה לישר $y=-2x+10$. מצא את שיעורי הקדקודים B ו-C .

ישרים המקבילים לצירים:

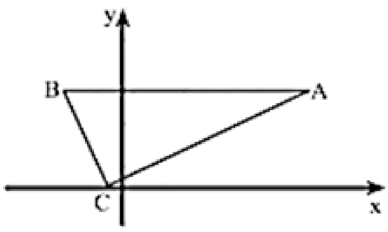
9. ABC הוא משולש שבו הצלע AB מקבילה לציר ה- y
והצלע BC מקבילה לציר ה- x. נתון: $C(6;2)$, $A(3;7)$.
א. מהן משוואות הצלעות BC ו- AB ?
ב. רשום את שיעורי הנקודה B.
ג. חשב את שטח המשולש ABC.



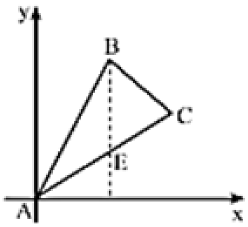
10. הישר AB מקביל לציר ה- x. נתון: $B(0;3)$.
משוואת הישר AC היא $y = x - 1$.
הנקודה C נמצאת על ציר ה- y.
א. מצא את שיעורי הנקודה A.
ב. חשב את שטח המשולש ABC.



11. במשולש ABC נתון: $A(8;3)$. הצלע BC
מונחת על הישר $y = -2x - 1$, הצלע AB
מקבילה לציר ה- x והקדקוד C
נמצא על ציר ה- x.
חשב את שטח המשולש ABC.



12. קדקודי משולש ABC הם $A(0;0)$, $B(3;6)$ ו- $C(6;4)$.
דרך הקדקוד B עובר ישר המקביל לציר ה- y
וחותך את הצלע AC בנקודה E.
א. מצא את שיעורי הנקודה E.
ב. חשב את שטח המשולש ABE.
ג. חשב את שטח המשולש BCE.

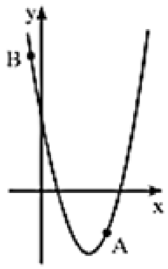


תשובות יחידה 3 א':

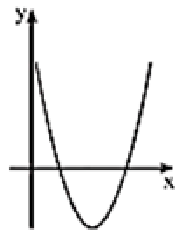
1. א. 2. ב. $y = 2x - 1$.
2. א. $y = x + 4$. ב. $y = 3x + 8$. ג. $y = \frac{3}{4}x$. ד. $y = 6$.
3. $(1;11)$.
4. א. $(-2;0)$. ב. $39\frac{2}{7}$.
5. א. $(0;12)$. ב. 33 יח"ר.
6. א. מקבילים ב. מקבילים ג. לא מקבילים ד. מקבילים
7. $y = 2x - 3$.
8. $B(3;2)$, $C(4;7)$.
9. א. $y = 2$, $x = 3$. ב. $(3;2)$. ג. 7.5 יח"ר.
10. א. $A(4;3)$. ב. 8 יח"ר.
11. 15 יח"ר.
12. א. $(3;2)$. ב. 6 יח"ר. ג. 6 יח"ר.

יחידה 3 ב'- פונקציה ריבועית (פרבולה)

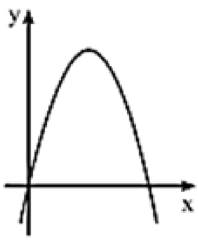
קודקוד הפרבולה :



1. לפניך שרטוט של גרף הפונקציה $y = x^2 - 6x + 5$.
A ו- B הן נקודות על גרף הפונקציה.
א. מצא את שיעור ה- y של הנקודה A
אם שיעור ה- x שלה הוא 4 .
ב. מצא את שיעור ה- y של הנקודה B
אם שיעור ה- x שלה הוא -1 .

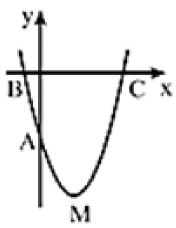


2. בציור שלפניך משורטט גרף
הפונקציה $y = x^2 - 8x + 12$.
א. מצא את קדקוד הפרבולה
המתארת את הפונקציה.
ב. מהו הערך המינימלי של הפונקציה?



3. בציור שלפניך משורטט גרף
הפונקציה $y = -x^2 + 6x$.
א. מצא את נקודת המקסימום של הפונקציה.
ב. מהו הערך המקסימלי של הפונקציה?

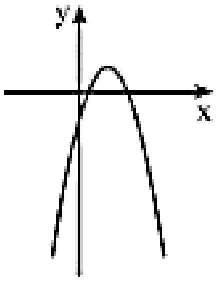
נקודות חיתוך של הפרבולה עם הצירים :



4. בשרטוט נתון גרף הפרבולה $y = x^2 - 4x - 5$.
מצא את שיעורי הנקודות
A , B , C , M (M - קדקוד הפרבולה).

תחומי עליה וירידה של פרבולה:

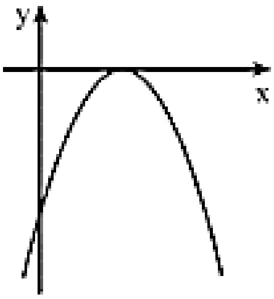
5. בשרטוט נתון גרף הפונקציה $y=-2x^2+4x-1$.



א. מצא את שיעורי קדקוד הפרבולה.

ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

6. בשרטוט שלפניך משורטט גרף הפונקציה $y=-x^2+4x-4$.



א. רשום ערך אחד של x שבו הפונקציה עולה.

ב. רשום ערך אחד של x שבו הפונקציה יורדת.

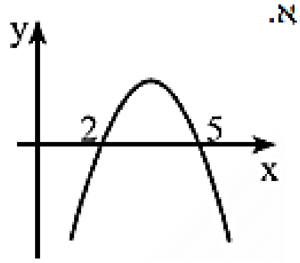
7 תחומי חיוביות ושליליות של פרבולה:

בשרטוטים שלפניך מתוארות פרבולות ועליהן מסומנות נקודות החיתוך שלהן עם ציר ה-x.

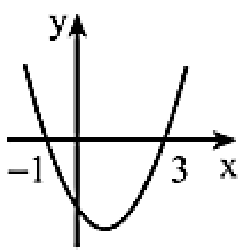
(1) קבע בכל אחת מהפרבולות את ערכי x שעבורם הפונקציה חיובית.

(2) קבע בכל אחת מהפרבולות את ערכי x שעבורם הפונקציה שלילית.

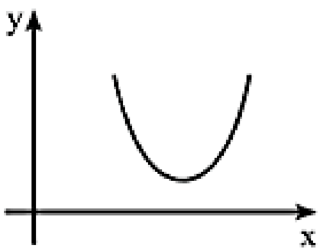
א.



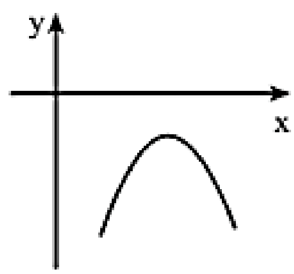
ב.



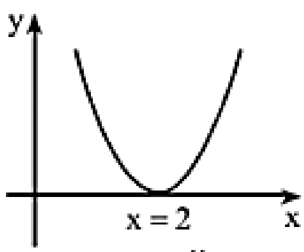
ג.



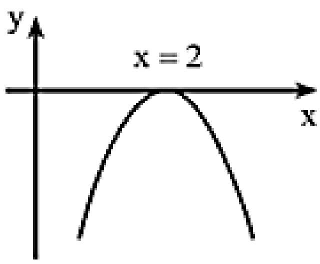
ד.



ה.

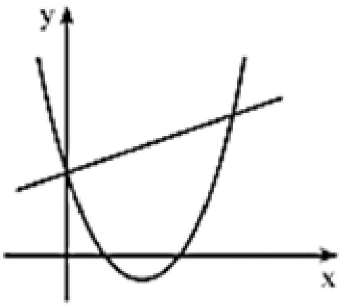


ו.

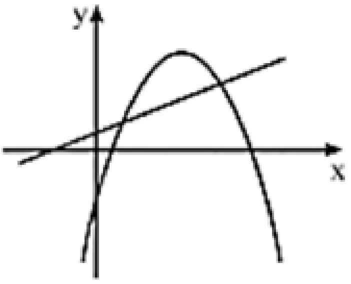


<u>אי שוויון בין שתי פונקציות :</u>

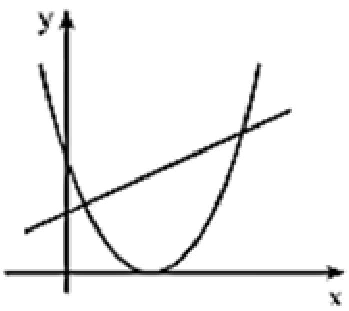
8. **בציור שלפניך משורטטים הגרפים של הפונקציות :** $f(x)=x^2-4x+3$ **ו-** $g(x)=x+3$.
א. **מצא את נקודות החיתוך של הגרפים זה עם זה.**
ב. **עבור אילו ערכי** x **מתקיים** $f(x)>g(x)$?



9. **בציור שלפניך משורטטים הגרפים של הפונקציות :** $f(x)=-x^2+10x-16$ **ו-** $g(x)=x+2$. **עבור אילו ערכי** x **מתקיים** $f(x)<g(x)$?



10. **בציור שלפניך משורטטים הגרפים של הפונקציות :** $f(x)=(x-3)^2$ **ו-** $g(x)=x+3$.
עבור אילו ערכי x **מתקיים** $f(x)<g(x)$?



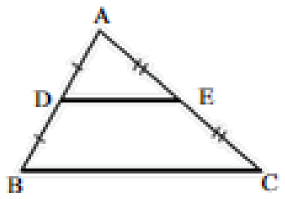
תשובות יחידה 3 ב':

3ב.	
1	$y_A = -3$ $y_B = 12$
2	א. $(4,-4)$ ב. $y_{min} = -4$
3	א. $(3,9)$ ב. $y_{max} = 9$
4	$A(0;-5)$, $B(-1;0)$, $C(5;0)$, $M(2;-9)$
5	א. $(1,1)$ ב. ירידה $x > 1$ עלייה $x < 1$
6	א. $X = 0$ ב. $x = 5$
7	
א	1) $2 < x < 5$ 2) $x < 2, x > 5$
ב	1) $x < -1, x > 3$ 2) $-1 < x < 3$
ג	1) כל x 2) אף x
ד	1) אף x 2) כל x
ה	1) $x \neq 2$ או $x < 2$, $x > 2$ 2) אף x
ו	1) אף x 2) $x \neq 2$ או $x < 2$, $x > 2$
8	א) $(0,3)$ $(5,8)$ ב) $x < 0$, $x > 5$
9	$x < 3$, $x > 6$
10	$1 < x < 6$

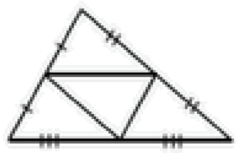
יחידה 4- קטע אמצעים במשולש

קטע המחבר אמצעי שתי צלעות במשולש נקרא קטע אמצעים במשולש.

אם במשולש ABC , הנקודות D ו- E
הן אמצעי הצלעות AB ו- AC בהתאמה,
אז DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC .

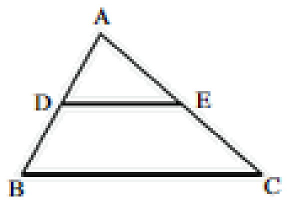


שים לב!
בכל משולש יש שלושה
קטעי אמצעים.



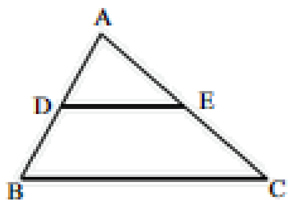
משפט: קטע אמצעים במשולש המחבר את האמצעים של שתי צלעות במשולש מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.

אם DE הוא קטע אמצעים במשולש,
המחבר את אמצעי הצלעות AB ו- AC ,
אזי מתקיים:
(1) $DE \parallel BC$. (2) $DE = \frac{1}{2}BC$.



<u>הוכחת קטע אמצעים במשולש</u>:

נתון משולש ABC , והנקודות D ו- E נמצאות
בהתאמה על הצלעות AB ו- AC .
כדי להוכיח ש- DE הוא קטע אמצעים
במשולש נסתמך על אחד מהמשפטים הבאים:



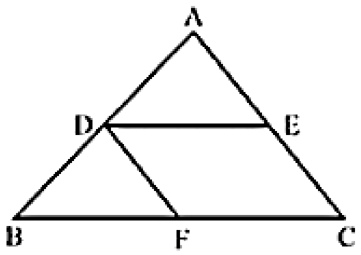
משפט: קטע במשולש היוצא מאמצע צלע אחת ומקביל לצלע אחרת, הוא קטע אמצעים במשולש.

אם במשולש ABC נתון: $AD = DB$, $DE \parallel BC$, אזי DE הוא קטע אמצעים במשולש (מכיוון ש- DE הוא קטע אמצעים במשולש, מתקיים גם $AE = EC$, $DE = \frac{1}{2}BC$).

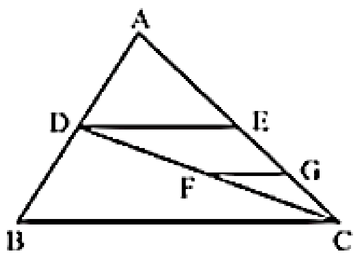
משפט: קטע המחבר נקודות על שתי צלעות במשולש, מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה הוא קטע אמצעים במשולש.
אם במשולש ABC נתון: $DE \parallel BC$, $DE = \frac{1}{2}BC$, אזי DE הוא קטע אמצעים במשולש (מכיוון ש- DE הוא קטע אמצעים מתקיים גם $AD = DB$, $AE = EC$).

הערה: אם קטע מחבר אמצעי שתי צלעות במשולש, אז על פי הגדרה הוא קטע אמצעים במשולש.

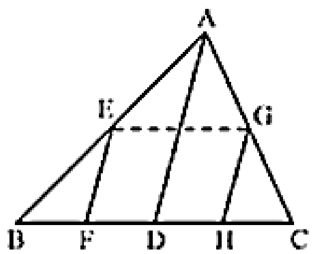
1. במשולש ABC הנקודות D, E ו- F הן
בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו- BC.
א. הוכח: $\Delta ADE \cong \Delta DBF$.
ב. הוכח: המרובע DECF הוא מקבילית.



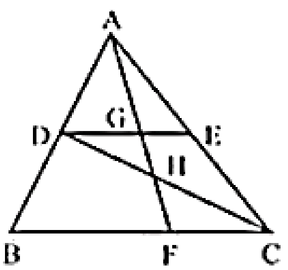
2. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
GF הוא קטע אמצעים במשולש DEC.
א. נתון: $BC = 12$ ס"מ.
חשב את אורך הקטע GF.
ב. הוכח: $AC = 4GE$.



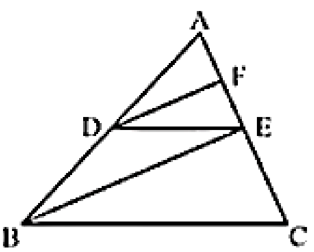
3. הנקודה D נמצאת על הצלע BC במשולש ABC.
EF הוא קטע אמצעים במשולש ABD.
GH הוא קטע אמצעים במשולש ACD.
א. הוכח: המרובע EFHG הוא מקבילית.
ב. הוכח: $EG = \frac{1}{2}BC$.



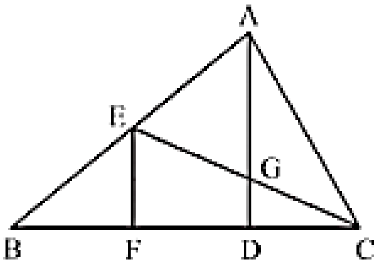
4. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
F היא נקודה על הצלע BC.
AF ו- DE נחתכים בנקודה G.
נתון: $BF = 2CF$. הוכח: $CH = DH$.



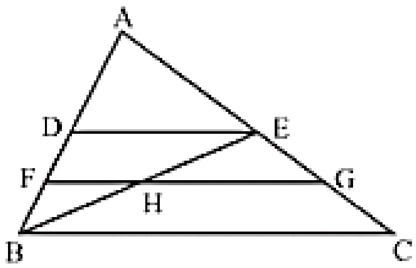
5. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
הנקודה F נמצאת על הקטע AE
כך שמתקיים $DF \parallel BE$.
הוכח: $FE = \frac{1}{2}EC$.



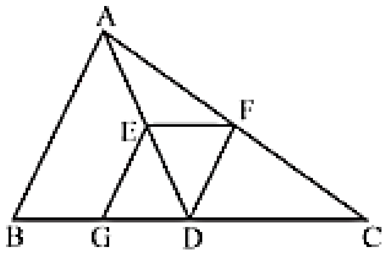
6. AD הוא הגובה ל- BC במשולש ABC .
EF הוא הגובה ל- BC במשולש EBC .
נתון: $BF = FD = DC$.
הוכח: $AG = 3DG$.



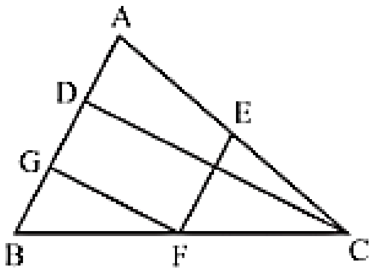
7. במשולש ABC נתון: $AD = DB$,
$AE = EC$, $DF = BF$, $FG \parallel BC$.
הוכח: $GH = 2FH$.



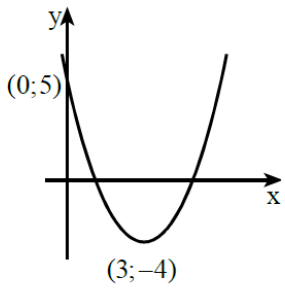
8. AD הוא תיכון לצלע BC במשולש ABC .
E – אמצע התיכון AD .
נתון: $DF \parallel AB$, $GE \parallel AB$.
הוכח: מרובע EFDG
הוא מקבילית.



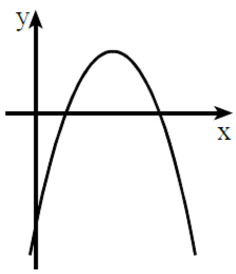
9. CD הוא גובה במשולש ABC .
הנקודות E , F ו- G הן אמצעי הקטעים
AC , BC ו- BD , בהתאמה.
הוכח: $GF \perp EF$.



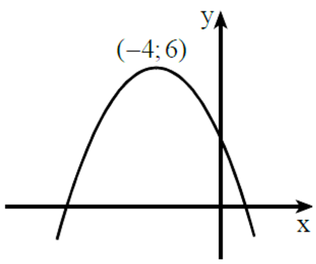
יחידה 5- פונקציות מתקדם – 5 יח"ל



.1 לפניך גרף של פונקציה $f(x)$.
נקודת הקיצון היחידה של הפונקציה
היא $(3;-4)$ מינימום.
נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$
עם ציר ה- y היא $(0;5)$.
מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$,
המקיימת $g(x)=f(x)+1$.
א. מהי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$
עם ציר ה- y ?
ב. מהי נקודת קיצון של הפונקציה $g(x)$?
ג. השלם : כדי לשרטט את גרף הפונקציה $f(x)+1$,
ניקח את גרף הפונקציה $f(x)$ ונזיז אותו 1 יחידה כלפי ---.
ד. שרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$
וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ **באותה מערכת צירים**.



.2 לפניך גרף הפונקציה $f(x)=-x^2+10x-21$.
א. מצא את נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$.
ב. מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$
המקיימת $g(x)=f(x)-5$.
מהי נקודת קיצון של הפונקציה $g(x)$?
ג. השלם : כדי לשרטט את גרף הפונקציה $f(x)-5$,
ניקח את גרף הפונקציה $f(x)$ ונזיז אותו 5 יחידות כלפי ---.
ד. שרטט סקיצה של הפונקציה $f(x)$
וסקיצה של הפונקציה $g(x)$ **באותה מערכת צירים**.



.3 בציור מתואר גרף של פונקציה $f(x)$.
לפונקציה יש נקודת קיצון אחת והיא $(-4;6)$ מקסימום.
א. מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$
המקיימת $g(x)=f(x)+2$.
רשום את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$
וקבע את סוג הקיצון.
ב. מגדירים פונקציה חדשה $h(x)$ המקיימת $h(x)=f(x)-7$.
רשום את נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

4. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-2x-3$.

א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז למעלה ב- 4 יחידות,
כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$.

(1) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות $f(x)$.

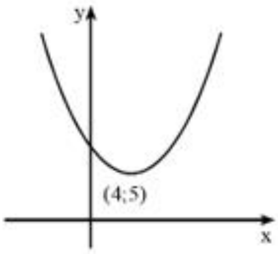
(2) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

ג. מגדירים פונקציה $h(x)$ המקיימת $f(x)=h(x)+2$.

(1) מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

(2) רשום תבנית אלגברית לפונקציה $h(x)$ באמצעות x.

5. לגרף הפונקציה $f(x)$, המתואר בציור,
יש נקודת קיצון אחת והיא $(4;5)$ מינימום.
מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$,
המקיימת $g(x)=f(x-3)$.

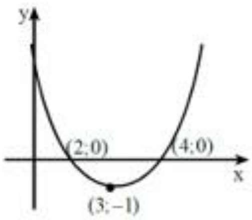


א. השלם את הטענה כך שתהיה נכונה:
כדי לשרטט את גרף הפונקציה $f(x-3)$,
ניקח את הגרף של $f(x)$ ונזיז אותו 3 יחידות:
(1) למעלה. (2) למטה. (3) ימינה. (4) שמאלה.

ב. רשום את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$
וקבע את סוג הקיצון.

ג. הוסף לאותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

6. בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.
הגרף חותך את ציר ה- x בנקודות $(2;0)$ ו- $(4;0)$.
לפונקציה נקודת קיצון אחת
והיא $(3;-1)$ מינימום.
הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x+1)$.



א. השלם את הטענה כך שתהיה נכונה:
כדי לשרטט את גרף הפונקציה $f(x+1)$,
ניקח את הגרף של $f(x)$ ונזיז אותו 1 יחידה:
(1) למעלה. (2) למטה. (3) ימינה. (4) שמאלה.

ב. מהם שיעורי נקודות החיתוך עם ציר ה- x של הפונקציה $g(x)$?

ג. רשום את נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$
וקבע את סוג הקיצון.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2-6x+5$.

א. חקור את הפונקציה ומצא:

(1) תחום הגדרה. (2) נקודות חיתוך עם הצירים. (3) נקודות קיצון.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x-2)$.

(1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

(2) שרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$.

(3) רשום את התבנית האלגברית של הפונקציה $g(x)$.

8. נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2+4x-1$.

א. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוג הקיצון.

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז ימינה ב- 3 יחידות,

כך שהתקבלה פונקציה $g(x)$.

(1) רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה.

(2) בטא את הפונקציה $g(x)$ באמצעות $f(x)$.

(3) רשום את התבנית האלגברית של הפונקציה $g(x)$.

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ הוזז שמאלה ב- 5 יחידות,

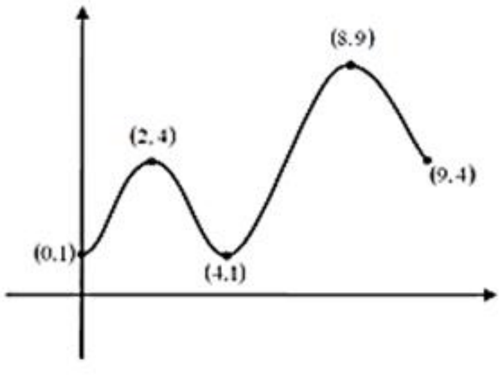
כך שהתקבלה פונקציה $h(x)$.

(1) רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$ וקבע את סוגה.

(2) בטא את הפונקציה $h(x)$ באמצעות $f(x)$.

(3) רשום את התבנית האלגברית של הפונקציה $h(x)$.

9.



נתון גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $0\le x\le 9$.
בסעיפים הבאים יש לשרטט את הסקיצות המבוקשות רק בתחום $0\le x\le 9$, אלא אם מצוין אחרת.
ככל שניתן, ציינו ליד נקודות קיצון ונקודות החיתוך עם הצירים, את השיעורים של אותן נקודות (בדומה לאופן שבו שיעורי הנקודות מופיעים בגרף הנתון).

א. מצא עבור אילו ערכי n, הישר $y=n$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא כמה פתרונות יש למשוואה: $f(x)=6$.

ג. מגדירים פונקציה חדשה: $h(x)=f(x)+6$.

1) שרטט את גרף הפונקציה $h(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.

2) מצא עבור אילו ערכי k, הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $h(x)$ בשלוש נקודות בלבד.

ד. מגדירים פונקציה חדשה: $g(x)=f(x)-1$.

1) שרטט את גרף הפונקציה $g(x)$. הקפד על רישום שיעורי הנקודות.

2) מצא עבור אילו ערכי p, למשוואה $g(x)=p$ יש רק שני פתרונות.

תשובות:

1. א. (0 ,6)   ב.(3- ,3)   ג. מעלה
2. א. (5 ,4)   ב. (1- ,5)   ג. מטה
3. א. מקס' (8, 4-)   ב. מקס' (1- , 4-)
4. א. מיני' (4- , 1)
   ב. 1) $g(x) = f(x) + 4$ 2) מיני' (1,0)
   ג. 1) מיני' (6-, 1)   2) $h(x) = x^2 - 2x - 5$
5. א. (3) ימינה   ב. מיני' (4,8)
6. א. (4) שמאלה   ב. (3 ,0)   (1 ,0)   ג. מיני' (1-, 2)
7. א. 1) כל x   2) ציר x : (5 ,0) (1 ,0)   ציר y : (0 ,5)   3) מיני' (4-, 3)
   ב. שרטוט
   ג. 1) מיני' (4-, 5) 2) שרטוט   3) $g(x) = x^2 - 10x + 21$
8. א. מקס' (3, 2)
   ב. 1) מקס' (3, 5)   2) $g(x) = f(x-3)$ 3) $g(x) = -x^2 + 10x - 22$
   ג. 1) מקס' (3, 3-)   2) $h(x) = f(x+5)$ 3) $h(x) = -x^2 - 6x - 6$
9. א. $n < 1 \ , \ 9 < n$
   ב. 2 פתרונות
   ג. 1) שרטוט   2) $7 < k \leq 10$
   ד. 1) שרטוט   2) $P = 0 \ , \ 3 < P < 8$