<u>עבודת קיץ – שכבת י' – 4 יח"ל</u>

את העבודה יש להגיש בשיעור מתמטיקה הראשון בתחילת שנת הלימודים והיא מהווה חזרה על הנושאים שנלמדו לאורך השנה
בתחילת השנה תתקיים בחינה על העבודה.

דגשים להגשה:

את העבודה יש להגיש בצורה מסודרת, בכתב יד ברור בתוך קלסר חצי שקוף.
סרטוטים – באמצעות סרגל בלבד.
תשובות סופיות- להדגיש במרקר או מסגרת.
יש לכתוב את העבודה בעט שחור, כחול או עיפרון כהה בלבד.
העמוד הראשון של העבודה יוקדש לשער בו רשום שם התלמיד/ה והכתה.

כמו כן, להלן הנושאים המופיעים בעבודה ועליהם יתקיים המבחן בתחילת שנה וגם מבחן המעבר בסוף הקיץ :

חדו"א:

- פונקציית פולינום (עם ובלי פרמטרים) – כולל הזזה של פונקציה, גרף הנגזרת
- משיקים לפונקצייה (עם ובלי פרמטרים)
- נגזרת של פונקציה מורכבת (ויישומים במשיקים וחקירת פונקציה)
- תחום הגדרה של פונקציית שורש (כולל אי שוויונים ריבועיים)

גיאומטריה:

- משפט תלס
- משפט חוצה זווית
- דמיון משולשים (כולל יחס גבהים ויחס שטחים במשולשים דומים)
- המעגל - זוויות מרכזיות, קשתות, מיתרים, זוויות היקפיות

חופשה נעימה!

פרק א': חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי:

1. לגרף הפונקציה $y = x^3 - ax^2 + 36x$ יש נקודת קיצון ב- $x = 2$.

א. חשב את a.

ב. מצא את נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.

ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. היעזר בגרף ורשום את ערכי x שעבורם הפונקציה שלילית.

2. נתונה הפונקציה $y = x^3 - 2x^2 + x$.

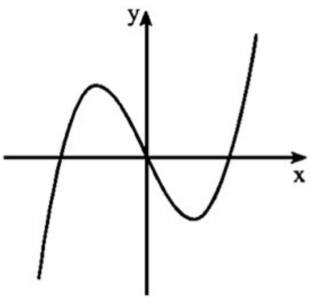
א. חקור את הפונקציה ומצא: נקודות קיצון, נקודות חיתוך עם הצירים.

ב. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מצא עבור אילו ערכי k חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה:

(1) בשלוש נקודות. (2) בשתי נקודות. (3) בנקודה אחת.

הדרכה: צייר באותה מערכת צירים של הסקיצה כמה ישרים כמו y=1 , y=17 , y=-2 . כזכור ישרים כאלו הם בעלי שיפוע 0 ולכן מקבילים לציר ה-x. כעת, לפי הציור (בלבד) , קבע את הגבהים (כלומר ה-k) שבהם ישרים כאלו יחתכו ב-1,2,3 נקודות את הגרף



3. לפניך גרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.

א. מצא את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.

ב. כמה פתרונות יש למשוואות הבאות:

(1) $f(x) = 17$. **(2)** $f(x) = 2$. **(3)** $f(x) = -16$.

ג. כמה פתרונות יש למשוואה $x^3 - 12x = 8$?

הדרכה: פתרונות המשוואה f(x)=a הם נקודות החיתוך של הישר y=a עם גרף הפונקציה לכן השאלה זהה לסעיף ג' של השאלה הקודמת

4. נתונה הפונקציה $y = x^2(1-x)^4$.

חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

א. נקודות קיצון.

ב. תחומי עלייה וירידה.

ג. נקודות חיתוך עם הצירים.

ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. שרטט סקיצה של גרף הנגזרת של הפונקציה.

שאלות 5-9 דורשות שימוש בכלל הנגזרת של פונקציה מורכבת ("כלל השרשרת")

5. א. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y=(x^2-8)^5$ בנקודה $x=3$.
ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה $y=(x^2-7x+12)^4$ בנקודה $x=5$.

תשובה: א. $y=30x-89$. ב. $y=96x-464$.

6. לגרף הפונקציה $y=(x+4)^3$ מעבירים שני משיקים בעלי שיפוע 3 .
א. מצא את שיעורי נקודות ההשקה.
ב. מצא את משוואות המשיקים.

תשובה: א. $(-3;1)$, $(-5;-1)$. ב. $y=3x+10$, $y=3x+14$.

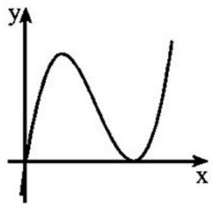
7. לגרף הפונקציה $y=b(2x-a)^4$ מעבירים בנקודה $(4;32)$ שעל הגרף משיק ששיפועו 128 . מצא את a ואת b .

תשובה: $a=6$, $b=2$.

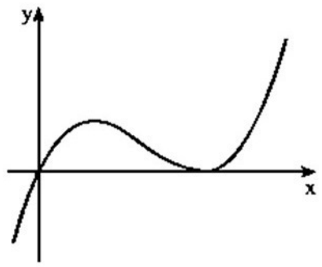
מצא עבור כל אחת מהפונקציות הבאות:
א. נקודות מינימום ומקסימום. ב. תחומי עלייה וירידה.
ג. נקודות חיתוך עם הצירים. ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

8. $y=(x+3)^4$ 9. $y=(x^2-1)^2$ 10. $y=(x^2-6x)^3$

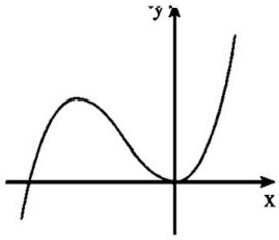
חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי - תשובות:



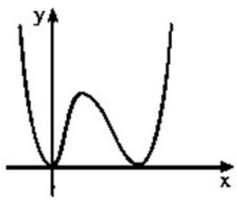
1. **א.** 12.
ב. $(6;0)$ מינימום, $(2;32)$ מקסימום.
ג. $(0;0)$, $(6;0)$.
ה. $x<0$.



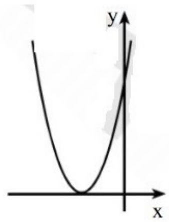
2. **א.** נקודות קיצון: $(\frac{1}{3};\frac{4}{27})$ מקסימום,
$(1;0)$ מינימום.
נקודות חיתוך: $(0;0)$, $(1;0)$.
ג. (1) $0<k<\frac{4}{27}$. (2) $k=0$ או $k=\frac{4}{27}$. (3) $k>\frac{4}{27}$ או $k<0$.



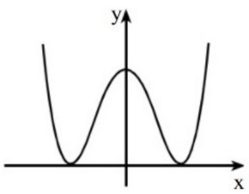
3. **א.** 3.
ב. $(0;0)$ מינימום,
$(-2;4)$ מקסימום.
ג. $(0;0)$, $(-3;0)$.



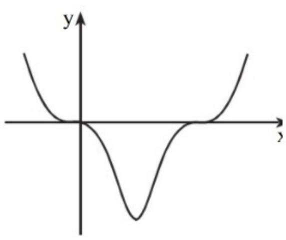
4. **א.** $(0;0)$ מינימום, $(\frac{1}{3};\frac{16}{729})$ מקסימום,
$(1;0)$ מינימום.
ב. עלייה: $x>1$ או $0<x<\frac{1}{3}$,
ירידה: $x<0$ או $\frac{1}{3}<x<1$.
ג. $(0;0)$, $(1;0)$.



8. א. $(-3;0)$ מינימום.
ב. עלייה: $x>-3$, ירידה: $x<-3$.
ג. $(0;81)$, $(-3;0)$.



9. א. $(0;1)$ מקסימום,
$(1;0)$ מינימום, $(-1;0)$ מינימום.
ב. עלייה: $x>1$ או $-1<x<0$
ירידה: $0<x<1$ או $x<-1$.
ג. א. $(0;1)$, $(1;0)$, $(-1;0)$.



10. **א.** $(3;-729)$ מינימום.
ב. עלייה: $x>3$, ירידה: $x<3$.
ג. א. $(0;0)$, $(6;0)$.

פרק ב': גיאומטריה:

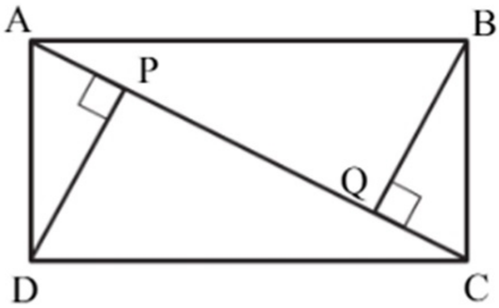
1. במלבן $ABCD$, הקטעים BQ ו- DP מאונכים לאלכסון AC (ראה ציור).

נסמן $\sphericalangle BAQ = \alpha$. הוכח:

א. $\Delta APD \sim \Delta BQA$.

ב. $PD = BQ$.

ג. $BQ^2 = AP \cdot AQ$.



2. במלבן $ABCD$, הנקודה F נמצאת על הצלע CD כך שהקטע AF מאונך לאלכסון BD.

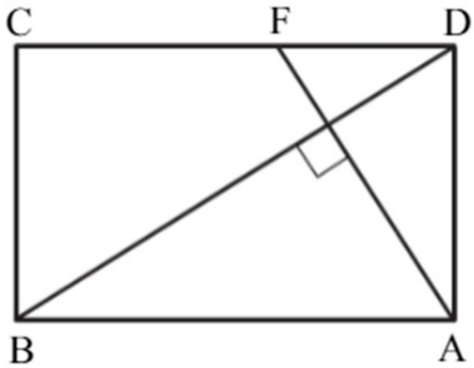
הוכח:

א. $\Delta ADF \sim \Delta DCB$.

ב. $DF \cdot CD = AD^2$.

נתון: $FD = 4$ ס"מ, $CD = 9$ ס"מ.

ג. מצא את אורך הצלע AF.



3. נתון ריבוע $ABCD$.

נתון: $\frac{CE}{AB} = \frac{1}{2}$.

הוכח:

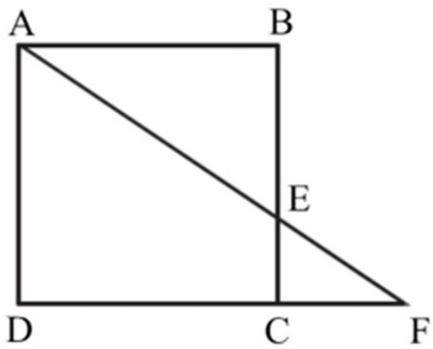
א. $\Delta ABE \sim \Delta FCE$.

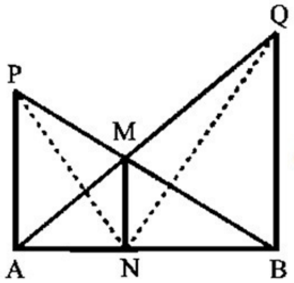
נתון $S_{\Delta ECF} = 3$ סמ"ר.

ב. מצא את $S_{\Delta ABE}$.

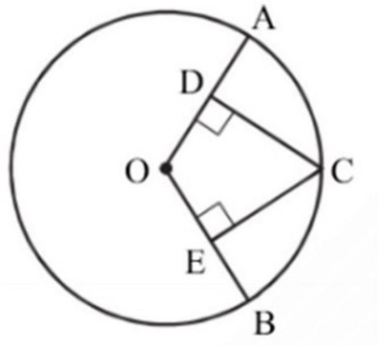
נסמן: $BE = 2a$.

ג. הבע באמצעות a את שטח הריבוע $ABCD$.

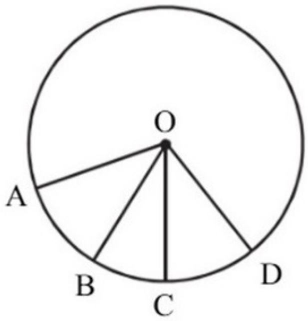




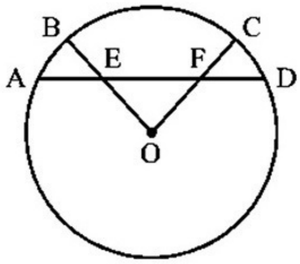
4. בציור שלפניך הקטעים AP , MN ו- BQ
מאונכים לקטע AB .
PB ו- AQ נחתכים בנקודה M .
א. הוכח: $\frac{AN}{BN} = \frac{AP}{BQ}$. הדרכה: היעזר בדמיון של AMP ו- QMB
+ משפט תלס
ב. הוכח: $\Delta BQN \sim \Delta APN$. היעזר במשפט דמיון צ.ז.צ



5. מנקודה C הנמצאת על הקשת AB של מעגל
שמרכזו בנקודה O מורידים אנכים CD ו- CE
לרדיוסים OA ו- OB.
נתון: $CD = CE$.
הוכח:
א. $\Delta ODC \cong \Delta OEC$.
ב. הנקודה C היא אמצע הקשת AB.
הדרכה: להיעזר בקשר בין זוויות מרכזיות לקשתות
(זוויות מרכזיות שוות..)

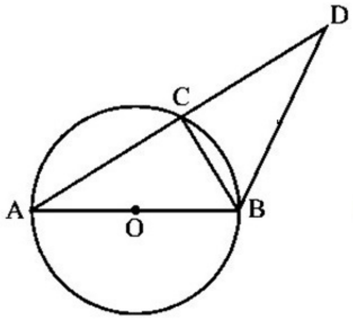


6. הנקודות A , B , C ו- D נמצאות
על מעגל שמרכזו בנקודה O .
נתון: $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COD$.
א. הוכח: $\overset{\frown}{BD} = \overset{\frown}{AC}$.
ב. הוכח: $AC = BD$.
ג. הוכח: $\Delta AOC \cong \Delta BOD$



7. הנקודות A , B , C ו- D נמצאות על מעגל
שמרכזו בנקודה O . הרדיוסים OB ו- OC
חותכים את המיתר AD בנקודות E ו- F .
נתון: $AE = FD$.
א. הוכח: $OE = OF$. הדרכה: העבר רדיוסים OA , OD
ב. הוכח: $AB = CD$.

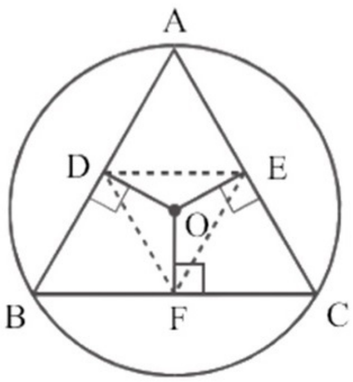
8. AB הוא קוטר במעגל שמרכזו בנקודה O.
נקודה D נמצאת על המשך המיתר AC
כך ש- $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DBC$.
א. הוכח: $AC = DC$.
הדרכה: היעזר במשפט: זווית היקפית הנשענת על קוטר שווה 90°
ב. נקודה E נמצאת באמצע הקטע BD.
הוכח: $CE \parallel AB$.



9. א. הוכח: אנך למיתר ממרכז המעגל חוצה את המיתר

ב. המשולש ΔABC הוא משולש שווה-צלעות החסום במעגל שמרכזו בנקודה O. נתון: $OD \perp AB$, $OF \perp BC$, $OE \perp AC$.
הוכח: המשולש ΔDEF הוא שווה צלעות.
הדרכה: היעזר בסעיף א'

ג. הוכח: היקף המשולש ΔABC גדול פי 2 מהיקף המשולש ΔDEF.



10. המלבן ABCD חסום במעגל.
E היא נקודה על הקשת DC
כך ש- $\sphericalangle ABD = \sphericalangle EBD$.
א. הוכח: $AB = BE$.
הדרכה: היעזר במשפט: זווית היקפית של 90° נשענת על קוטר
ב. הוכח: $DE = BC$
היעזר במשפט: מול זוויות היקפיות שוות נמצאות קשתות שוות ומיתרים שווים